

Восстановление контактных усилий, возникающих при ударе стержня по балке

Осуществление множества технологических операций современного машиностроения связано с ударным взаимодействием элементов конструкций. Зачастую величины контактных усилий являются неизвестными, что осложняет задачу проектирования машин и оборудования, работа которых сопровождается возникновением такого рода нагрузок. В данной публикации освещается проблема идентификации, возникающих при ударе, импульсных сил.

Рассмотрим механическую систему, состоящую из свободно падающего стержня и балки конечной длины в предположении, что закрепление ее торцов близко к шарнирному опиранию (рис. 1). Шарнирные опоры балки жестко связаны с массивной стойкой, исключающей по существу случайные колебания установки. На ударном конце стержень имеет закругленную форму. В качестве исходных данных для решения обратных задач по восстановлению контактных усилий примем деформации стержня и балки, полученные экспериментально.

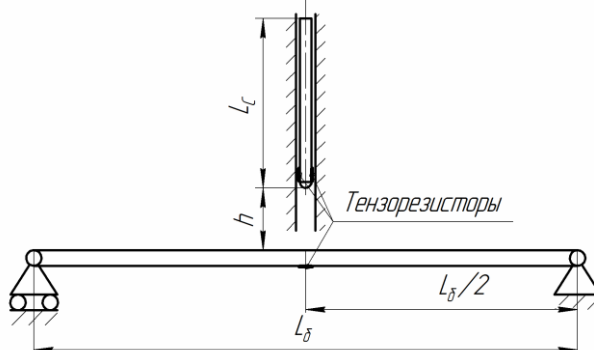


Рис.1. Схема исследуемой системы

При проведении экспериментальных исследований измерительное оборудование выбиралось с учетом собственных частот колебаний стержня и балки, а также времени контакта объектов. Приближенное значение времени контакта можно найти по зависимости, приведенной в монографии [1]:

$$t_{\text{конт}} = 5 \sqrt{\left(\frac{64 \cdot m \cdot k^{3/2}}{3 \cdot \sqrt{\pi} \cdot V_0} \right)^2}, \quad (1)$$

где m – масса падающего стержня; $k = \sqrt[3]{\frac{9 \cdot (1 - \nu^2)^2}{4 \cdot E^2 \cdot R}}$ – константа,

учитывающая кривизну поверхности ударника и свойства материала; $V_0 = \sqrt{2gh}$ – начальная скорость стержня.

Решение обратных задач для элементов решаем при условном

рассоединении исследуемой системы и замене взаимодействия между ними соответствующими контактными силами $R(t)$.

Восстановление контактной силы на торце стержня производилось с использованием метода конечных разностей на основе одномерного волнового уравнения (2) с учетом начальных нулевых условий (исследование колебаний свободно падающего стержня начинаем с момента его соприкосновения с балкой) и граничных условий (3):

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}. \quad (2)$$

Граничные условия:

$$\sigma_x(t)|_{x=0} = \frac{-R(t)}{F}; \sigma_x(t)|_{x=L} = 0, \quad (3)$$

где F — площадь поперечного сечения стержня.

Решение обратной задачи для балки производим на основе уравнений модели типа Тимошенко, приведенных в [2]. В силу некорректности поставленной обратной задачи для восстановления контактной силы используем метод регуляризации А.Н.Тихонова.

На рис.2 в сопоставлении приведены идентифицированные зависимости контактных сил при ударном нагружении по деформациям балки (серая кривая, рис. 2) и деформациям стержня (черная кривая).

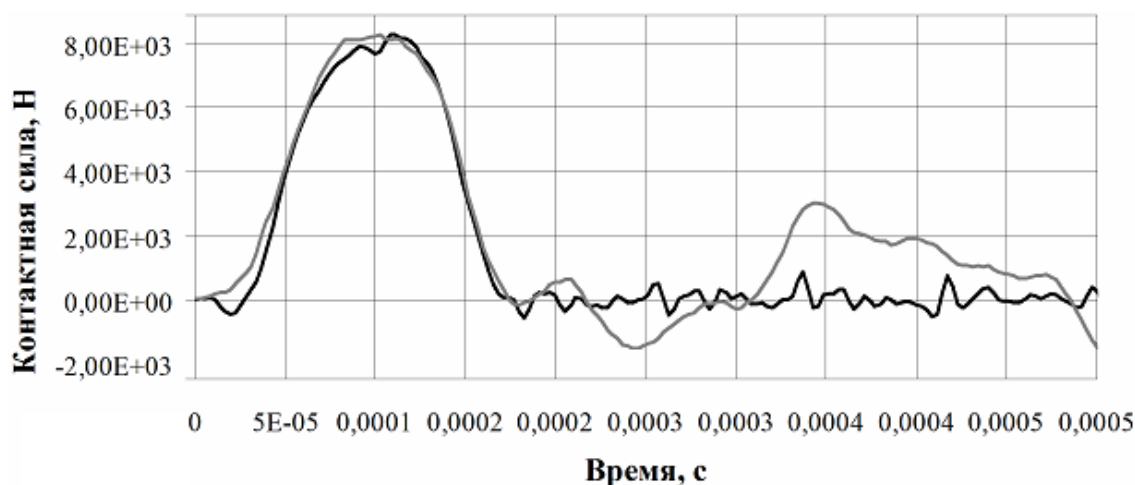


Рис. 2. Контактная сила

Удовлетворительное совпадение графиков изменения контактных сил, восстановленных с различных объектов и различными способами, свидетельствуют о правильности идентификации, а также эффективности предлагаемых подходов.

1. Кильчевский Н. А. Динамическое контактное сжатие твердых тел. Удар / Н. А. Кильчевский. — К. : Наук. думка, 1976. — 320 с.
2. Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле / С. П. Тимошенко. — М. : Физматгиз, 1967. — 444 с.