

Гмиря Дмитро Іванович, Давиденко Максим Михайлович, ст. гр. М22-18,

dimongmira112000@gmail.com

РІВНЯННЯ БЕРНУЛЛІ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ У ТЕХНИЦІ

Закон рівняння Бернуллі встановлює залежність між швидкістю стаціонарного потоку рідини і її тиском. Згідно з цим законом, якщо уздовж лінії струму тиск рідини зростає, то швидкість течії зменшується, і навпаки (рис. 1). Кількісне вираження закону у вигляді інтеграла Бернуллі є результатом інтегрування рівнянь гідродинаміки ідеальної рідини.

Для випадку нестисливої рідини результат, еквівалентний сучасному рівнянню Бернуллі, був опублікований в 1738 році Данилом Бернуллі. У сучасному вигляді інтеграл був опублікований Іоганном Бернуллі в 1743 році для випадку нестисливої рідини, а для деяких випадків течій стислої рідини - Ейлером в 1757 році.

Для стаціонарного течії нестисливої рідини рівняння Бернуллі може бути отримано як наслідок закону збереження енергії. Закон Бернуллі стверджує, що величина зберігає постійне значення уздовж лінії струму:

$$\frac{gv^2}{2} + \rho gh + P = const$$

де

ρ — щільність рідини;

v — швидкість потоку;

h — висота;

P — тиск;

g — прискорення вільного падіння.

Послідовне застосування закону Бернуллі призвело до появи технічної гідромеханічної дисципліни - гідравліки. Для технічних додатків часто рівняння Бернуллі записується у вигляді, в якому всі члени розділені на «питома вага» ρg .

$$H = h + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = const$$

де

H — гідравлічна висота або напір;

h — нівелірна висота;

$\frac{p}{\rho g}$ — п'єзометрична висота;

$\frac{v^2}{2g}$ — швидкісна висота або швидкісний напір

Закон Бернуллі справедливий тільки для ідеальних рідин, в яких відсутні втрати на в'язке тертя. Для опису течій реальних рідин в технічній гідромеханіки (гідравліки) використовують інтеграл Бернуллі з додаванням доданків, приблизно враховують різні «гідравлічні втрати напору».

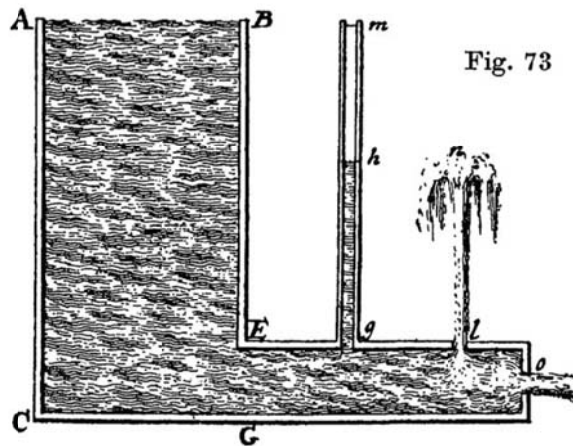


Рисунок 1 – рисунок з «гідродинаміки» Д. Бернуллі: через течію по трубі, компенсуючого витрата через праве отвір О, тиск в трубі менше, ніж в посудині зліва.

Рівняння Бернуллі має широке застосування в багатьох гідравлічних розрахунках і для пояснення багатьох гідравлічних явищ. Зокрема, воно може бути використано при вимірюванні тиску і швидкості рухомої рідини.

У промислових умовах для вимірювання витрати рідин застосовуються трубки Вентурі, сопла і діафрагми.

Регулятор потоку Вентурі являє собою пристрій, що встановлюється в трубопроводах і здійснює звуження потоку - дроселювання (рис. 2).

Регулятор потоку складається з двох ділянок - плавно звужується (сопла) і поступово розширюється (дифузора). Швидкість потоку в звуженому місці зростає, а тиск падає. Виникає різниця (перепад) тисків, яка вимірюється двома п'езометрами або диференціальним U-образним манометром і певним чином пов'язана з витратою. Встановимо цей зв'язок.

Рівняння Бернуллі для перетинів 1 - 1 і 2 - 2 (рис. 4.1) має вигляд:

$$Z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{w1-2}$$

де z_1 і z_2 - висоти центрів ваги перетинів 1 - 1 і 2 - 2;

p_1 і p_2 - тиску в центрах ваги перетинів 1-1 і 2 - 2;

ρ - густина рідини;

α_1 і α_2 - значення коефіцієнтів кінетичної енергії потоку в перетинах 1 - 1 і

2 - 2;

hw - втрати напору в перетинах 1 - 1 і 2 - 2;

Приймаючи $hw \approx 0$ і $\alpha_1 \approx \alpha_2 \approx \alpha$ а також враховуючи, що

$$v_2 \approx v_1 \frac{D^2}{d^2} \quad \text{и} \quad h = \frac{P_1}{\rho g} - \frac{P_2}{\rho g},$$

отримаємо залежність між перепадом h і витратою Q :

$$Q = \frac{\pi D^2}{4} \sqrt{\frac{2gh}{\alpha \left[\left(\frac{D}{d} \right)^4 - 1 \right]}} = M_T \sqrt{h} \quad (4.1)$$

де M_T - величина, яка є сталою для даного витратоміра і дорівнює

$$M_T = \frac{\pi D^2}{4} \sqrt{\frac{2g}{\alpha \left[\left(\frac{D}{d} \right)^4 - 1 \right]}} \quad (4.2)$$

Знаючи величину M_T і спостерігаючи за показаннями п'езометрів, можна легко визначити витрата в трубопроводі для будь-якого моменту часу за формулою (4.1). Постійну M_T можна обчислити теоретично.

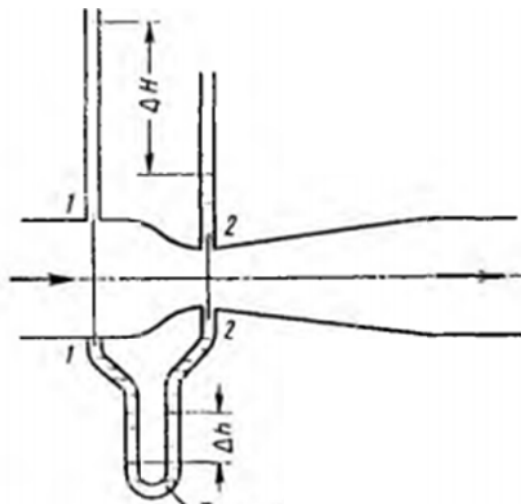


Рисунок 2 – схема трубки Вентурі

Карбюратор поршневих двигунів внутрішнього згоряння служить для здійснення подачі бензину і змішання його з потоком повітря (рис. 3). Потік повітря, засмоктуваний в двигун, звужується там, де встановлений розпилювач бензину.

Швидкість повітря в цьому перерізі зростає, а тиск з рівняння Бернуллі падає. Таким чином забезпечується сталість співвідношення витрат бензину та повітря.

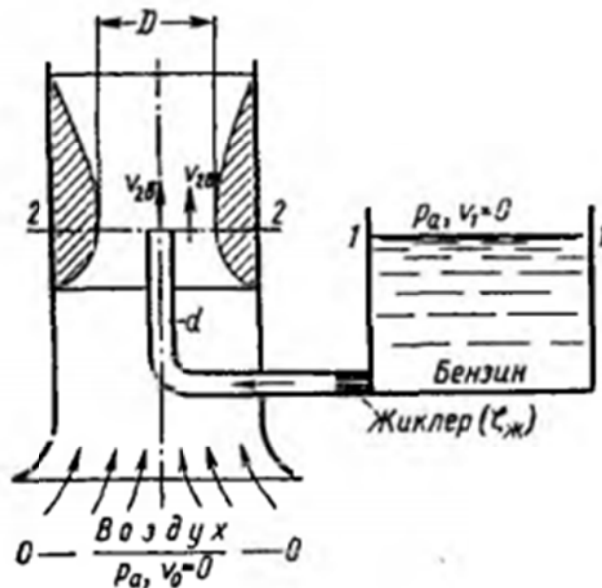


Рисунок 3 – схема карбюратора

Струменевий насос (ежектор) складається з плавно сходитьса насадка А (рис. 4), що здійснює стиснення потоку, і поступово розширюється трубки С, встановленої на деякій відстані від насадка в камері В. Внаслідок збільшення швидкості потоку тиск в струмені на виході з насадка і по всій камері В значно знижується. У розширюється трубці швидкість зменшується, а тиск зростає приблизно до атмосферного (якщо рідина витікає в атмосферу), отже, в камері В тиск зазвичай менше атмосферного, т. Е. Виникає розрідження (вакуум). Під дією розрідження рідина з нижнього резервуара всмоктується по трубці б в камеру В, де відбуваються злиття і подальше перемішування двох потоків.

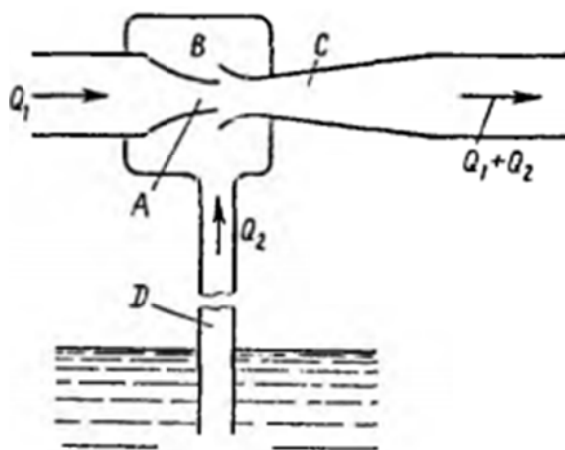


Рисунок 4 – схема карбюратора

Трубка повного напору (або трубка Піто) служить для вимірювання швидкості, наприклад, в трубі (рис. 5). Якщо встановити в цьому потоці трубку, зігнуту під кутом 90° , отвором назустріч потоку і п'езометр, то рідина в цій трубці піднімається над рівнем в п'езометр на висоту, рівну швидкісному напору. Пояснюється це тим, що швидкість v частинок рідини, що потрапляють в отвір трубки, зменшується до нуля, а тиск збільшується на величину

швидкісного напору. Вимірявши різницю висот підйому рідини в трубці Піто та у п'єзометрі, легко визначати швидкість рідини в даній точці.

На цьому ж принципі засновано вимірювання швидкості польоту літака. На (рис. 5) показана схема літакової швидкісної трубки (насадка) для вимірювання малих порівняно зі швидкістю звуку швидкостей польоту.

Запишемо рівняння Бернуллі для цівки, яка набігає на трубку уздовж її осі, а потім розтікається по її поверхні. Для перетинів 0-0 (незбурений потік) і 1-1 (де $v = 0$), отримуємо

$$p_0 + \frac{\rho v_0^2}{2} \approx p_1$$

Так як бічні отвори трубки наближено сприймають тиск незбуреного потоку, $p_2 \approx p_0$, отже з попереднього маємо

$$p_1 v_0 \approx \sqrt{2(p_1 - p_2) / \rho}$$

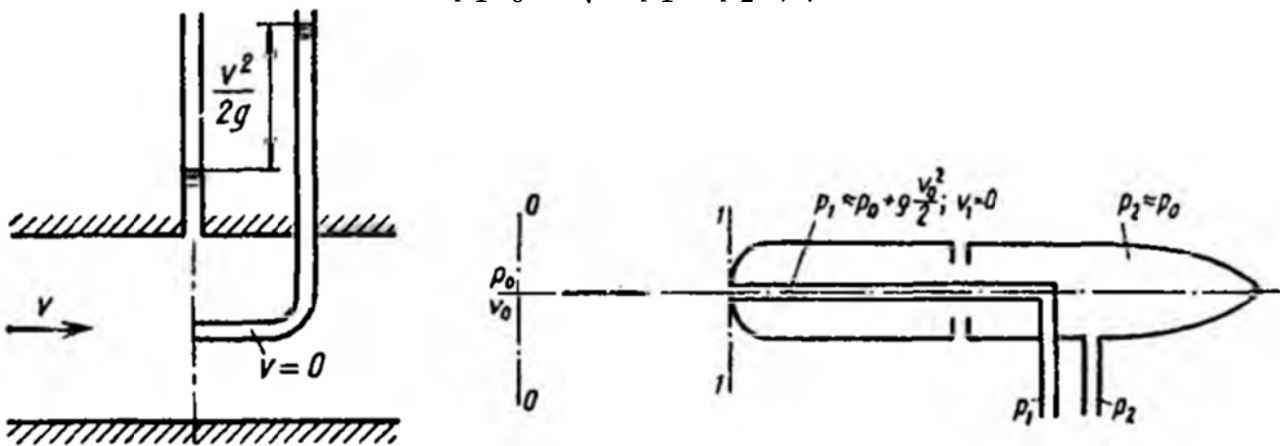


Рисунок 5 – Схема трубки повного напору (зліва) і насадка для вимірювання швидкості (праворуч)

Висновки

Таким чином, роз'яснено основне рівняння гідродинаміки — рівняння Бернуллі. Також з'ясовано його широке застосування в техніці та народному господарстві.

Література

1. https://ru.wikipedia.org/wiki/Закон_Бернуллі
2. Башта Т.М., Руднев С.С., Некрасов Б.Б. и др. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы. - М.: Машиностроение, 1982. - 423 с.

Науковий керівник: к.т.н. асистент Авершин А.Г.