Задача 10. Сифонним трубопроводом рухається вода. Визначити витрату Q та тиск води в перетині $x-x$ (рис. 9), зневажаючи втратами напору. Верхня точка осі трубопроводу розташована вище рівня води в резервуарі на $H=1$ м, а нижня – нижче на $h=3$ м. Внутрішній діаметр трубопроводу $d=20$ мм.

Рішення. Складемо рівняння Бернуллі для перетинів 1-1 і 2-2 щодо площини порівняння 0-0. За площину порівняння доцільно вибрати горизонтальну площину, що проходить через нижню точку трубопроводу. Перетин 1-1 збігається з рівнем рідини в живильному резервуарі, а перетин 2-2 – з виходом рідини із трубопроводу. Рівняння Бернуллі має вигляд

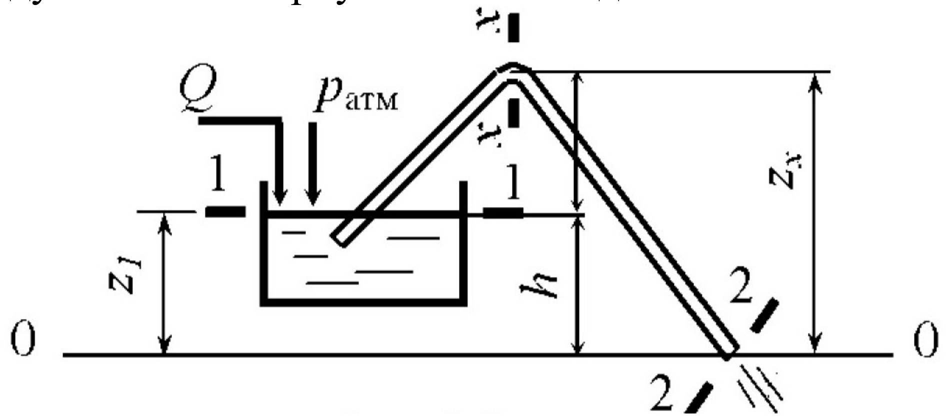

Рисунок 9 – Схема до задачі 10

$$z_1+\frac{p_1}{\rho g}+\alpha_1\frac{V_1^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\rho g}+\alpha_2\frac{V_2^2}{2g}+\sum h_{\Pi}.$$

Тут $z_1=h,\ z_2=0,\ \sum h_{\Pi}=0$. На поверхню рідини в живильному резервуарі й на виході із трубопроводу діє атмосферний тиск p_{am}, тому $p_1=p_2=p_{am}$. Приймаємо $\alpha_1=\alpha_2\approx 1$. Швидкість зміни рівня в резервуарі $V_1=0$, тому що в резервуар надходить вода з витратою Q й рівень води в ньому постійний. Зробивши підстановку у вихідне рівняння, одержимо рівняння Бернуллі у вигляді

$$h=\alpha_2\frac{V_2^2}{2g},\qquad V_2=\sqrt{2gh}=\sqrt{2\cdot 9{,}81\cdot 3}=7{,}67\text{ м/с.}$$

Витрата визначається за формулою

$$Q = VS = V_2 \frac{\pi d^2}{4} = 7,67 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,02^2}{4} = 0,0024 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Для розрахунку абсолютного тиску у верхній точці трубопроводу складемо рівняння Бернуллі для перетинів 1-1 і $x - x$ щодо площини порівняння 0-0:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_x + \frac{p_x}{\rho g} + \alpha_x \frac{V_x^2}{2g}.$$

Тут $z_1 = h,\ z_x = h + H,\ p_1 = p_{am}$. Приймаємо $\alpha_1 = \alpha_2 \approx 1;\ V_1 = 0$. Швидкість руху рідини в трубопроводі постійного перетину однакова $V_x = V_2$. Тоді рівняння Бернуллі прийме вид

$$h + \frac{p_{am}}{\rho g} = h + H + \frac{p_x}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g}.$$

Виразимо тиск p_x:

$$p_x = p_{am} - \rho g H - \rho \frac{V_2^2}{2}.$$

Приймаючи нормальний атмосферний тиск $p_{am} = 101$ кПа, густину води $\rho = 1000$ кг/м^3, маємо

$$p_x = 101000 - 1000 \cdot 9,81 \cdot 1 - 1000 \frac{7,67^2}{2} = 61800 \text{ Па}.$$

У перетині $x - x$ абсолютний тиск p_x менше атмосферного. Виходить, у перетині $x - x$ вакуумметричний тиск

$$p_v = p_{am} - p_x = 101 - 61,8 = 39,2 \text{ кПа}.$$

Задача 11. При відомих діаметрах трубопроводу ($d_1 = 32$ мм, $d_2 = 40$ мм) і надлишковому тиску в резервуарі $p_0 = 20$ кПа визначити геометричний напір H, при якому буде забезпечена витрата води $Q = 11$ л/с. Побудувати напірну й п'єзометричну лінії.

Рішення. Складемо рівняння Бернуллі для перетинів 0-0 й 2-2, вибравши за площину порівняння вісь трубопроводу:

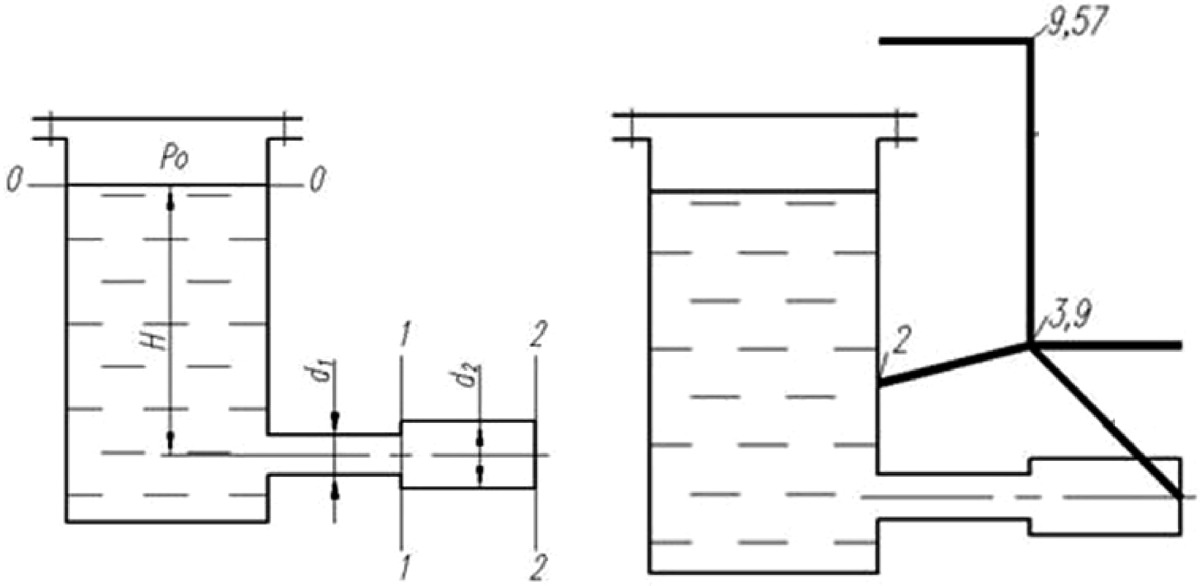

Рисунок 10 – Схема до задачі 11

$$z_0 + \frac{p_0}{\rho g} + \alpha_0 \frac{V_0^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \sum h_{\Pi}$$

Тут $z_0 = H,\ z_2 = 0,\ \sum h_{\Pi} = 0, V_0 = 0,\ p_2 = 0$. Приймаємо $\alpha_1 = \alpha_2 \approx 1$. Тоді

$$H + \frac{p_0}{\rho g} = \frac{V_2^2}{2g},\ H = \frac{V_2^2}{2g} - \frac{p_0}{\rho g}.$$

З рівняння витрати визначимо швидкість V_2:

$$Q = V_2 S_2,\ V_2 = \frac{Q}{S_2} = \frac{4Q}{\pi d_2^2} = \frac{4 \cdot 11 \cdot 10^{-3}}{3{,}14 \cdot 0{,}04^2} = 8{,}75 \text{ м/с}.$$

Знайдемо $H = \dfrac{V_2^2}{2g} - \dfrac{p_0}{\rho g} = \dfrac{8,75^2}{2 \cdot 9,81} - \dfrac{20 \cdot 10^3}{1000 \cdot 9,81} = 1,87$ м.

Для побудови напірної лінії визначимо швидкість V_1 і швидкісні напори:

$$V_1 S_1 = V_2 S_2, \;\; V_1 = \frac{V_2 S_2}{S_1} = \frac{V_2 d_2^2}{d_1^2} = \frac{8,75 \cdot 0,04^2}{0,032^2} = 13,7 \text{ м/с}$$

Швидкісні напори: $\dfrac{V_0^2}{2g} = 0$; $\dfrac{V_1^2}{2g} = 9,57$ м; $\dfrac{V_2^2}{2g} = 3,9$ м.

Для побудови п'єзометричної лінії визначимо п'єзометричні висоти: $\dfrac{p_0}{\rho g} = 2,04$ м; $\dfrac{p_1}{\rho g} = \dfrac{p_0 + \rho g H}{\rho g} = 3,91$ м; $\dfrac{p_2}{\rho g} = 0$.