

# РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ КОЕФІЦІЄНТА ЗЧЕПЛЕННЯ ШИНИ З РОЛИКАМИ СТЕНДА

Горбенко О.С., ст. гр. А-51-22,  
[gorbenko011@gmail.com](mailto:gorbenko011@gmail.com)

Науковий консультант: Мармут І.А., доц., к.т.н.

**Вступ.** Підвищення ефективності контролю технічного стану автомобіля на стендах з біговими барабанами настійно вимагає створення математичних моделей процесу гальмування колеса, з урахуванням кривизни опорної поверхні бігових барабанів. Математичні моделі процесу гальмування колеса з еластичною шиною на сьогоднішній день, як правило, використовують формулу Расејка Н.В. Поширення цієї формули говорить як про простоту її використання, так і про високу якість опису процесу гальмування колеса. На жаль, для точного порівняння процесу гальмування колеса на біговому барабані і на плоскій опорній поверхні необхідні інші математичні моделі, що враховують кривизну опорної поверхні. З цією метою було розроблено математичну модель, що враховує кривизну опорної поверхні за аналогією [1, 2].

**Результати дослідження.** Для визначення розподіленої нормального навантаження в статиці по довжині плями нами запропонована формула

$$\Delta R_{z1} = \begin{cases} K_A \cdot \left( X_i^2 - \frac{L_D^2}{4} \right), & \text{якщо } \Delta R_{z1} < \Delta R_{zMAX}, \\ \Delta R_{zMAX}, & \text{якщо } \Delta R_{z1} \geq \Delta R_{zMAX} \end{cases}, \quad (1)$$

де  $K_A$  – коефіцієнт розподілу нормального навантаження по довжині плями контакту;

$X_i$  – поточне значення відрізка по довжині плями контакту;

$L_D$  – довжина плями контакту, мм;

$\Delta R_{zMAX}$  – максимальне значення розподіленого навантаження по довжині плями контакту колеса з еластичною шиною, Н / мм.

Максимальне значення розподіленого навантаження по довжині плями контакту колеса з еластичною шиною складається з двох складових: стиснення повітря і деформації каркаса шини в залежності від прогину.

Стиснення повітря пов'язано з прогином каркаса шини і зміною об'єму шини, викликаним деформацією від навантаження на колесо  $G_k$ . Максимальне значення розподіленого навантаження по довжині плями контакту колеса з еластичною шиною визначається за формулою

$$\Delta R_{zMAX} = K_{1D} \cdot P_{1D} \cdot \frac{K_f}{K_L}, \quad (2)$$

де  $K_{1D}$  – коефіцієнт, що враховує ступінь підвищення тиску при деформації

шини,  $K_{1Д} = 155$ ;

$P_{1Д}$  – внутрішній тиск в шині, в розрахунках приймаємо  $P_{1Д} = 0,21$  МПа;

$K_f$  – коефіцієнт, що враховує максимальну радіальну деформацію, обумовлену величиною вільного радіуса колеса;

$K_f$  – коефіцієнт, що враховує довжину плями контакту, обумовлену величиною вільного радіуса колеса.

Коефіцієнт, що враховує максимальну радіальну деформацію, яка залежить від геометричних розмірів шини (вільного радіуса колеса), визначається за формулою

$$K_f = 1 + \frac{\Delta_{MAX}}{r_{CB}} \cdot K_{fa}, \quad (3)$$

де  $\Delta_{MAX}$  – максимальна радіальна деформація шини в плямі контакту, в мм;

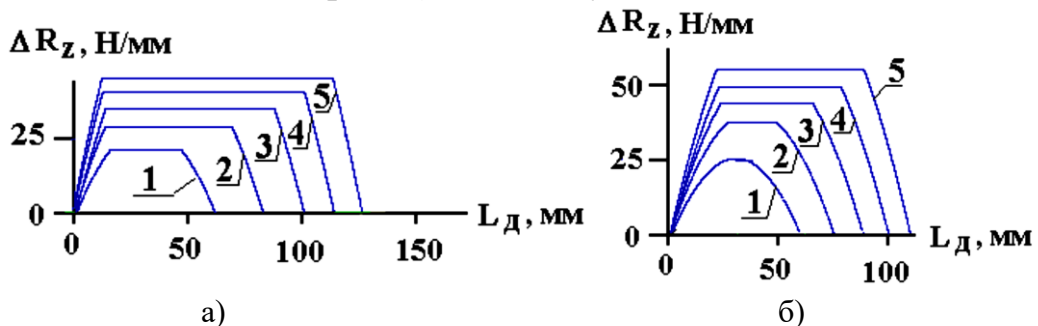
$r_{CB}$  – вільний радіус колеса з еластичною шиною, в мм;

$K_{fa}$  – коефіцієнт, що враховує співвідношення максимальної радіальної деформації до вільного радіуса колеса.

Коефіцієнт, що враховує довжину плями контакту, обумовлену величиною вільного радіуса колеса, визначається за формулою

$$K_L = 1 + \frac{r_{CB}}{L_D}. \quad (4)$$

Результати математичного моделювання з використанням вищевикладених формул дозволили отримати розподілене нормальне навантаження в статиці по довжині плями контакту шини з плоскою і циліндричною опорними поверхнями в залежності від нормального навантаження на колесо (рис. 1) і від тиску в шині (рис. 2).

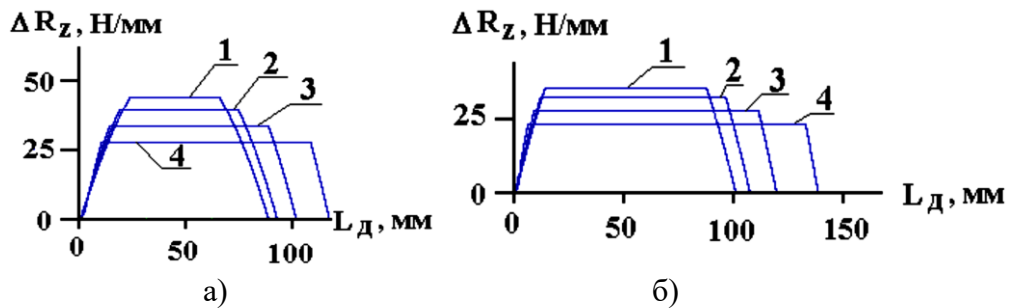


1 -  $R_z = 1000$  Н; 2 -  $R_z = 2000$  Н; 3 -  $R_z = 3000$  Н; 4 -  $R_z = 4000$  Н; 5 -  $R_z = 5000$  Н;

а - на плоскій опорній поверхні;

б - на циліндричній опорній поверхні діаметром  $d_B = 0,2$  м

Рис. 1 – Розподілене нормальне навантаження в статиці в залежності від навантаження на колесі



1 -  $PB = 0,21$  МПа; 2 -  $PB = 0,18$  МПа; 3 -  $PB = 0,14$  МПа; 4 -  $PB = 0,1$  МПа;  
 а - на плоскій опорній поверхні;  
 б - на циліндричній опорній поверхні діаметром  $D_b = 0,2$  м  
 Рис. 2 – Розподілене навантаження в залежності від тиску в шині

Розподілене нормальне навантаження в динаміці по довжині плями визначається за формулою

$$\Delta R_Z = \Delta R_{Z1} + \Delta R_{Z2}, \quad (5)$$

де  $\Delta R_{Z2}$  – розподілене навантаження по довжині плями контакту шини, що виникає в результаті кочення колеса:

$$\Delta R_{Z2} = K_{\Delta} \cdot \Delta R_{Z1} \cdot r_i \cdot \omega_k \cdot \frac{\sin \alpha_i}{\cos \alpha_i}, \quad (6)$$

де  $K_{\Delta}$  - коефіцієнт, що враховує тертя в шині при коченні;  
 $\omega_k$  – кутова швидкість колеса;  $\alpha_i$  - кут  $KOi$  (рис. 3).

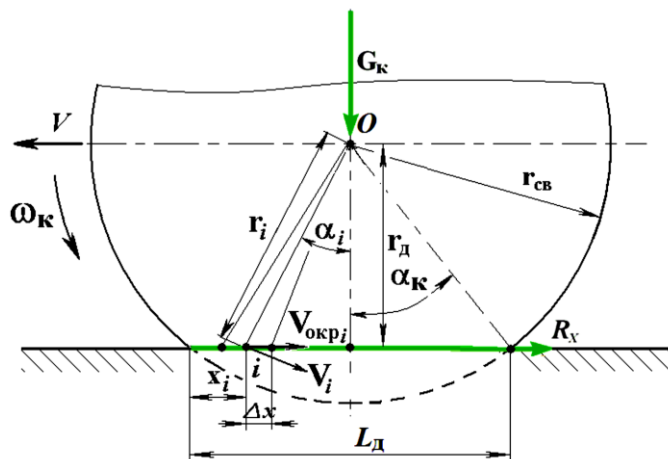


Рис.3 – Розрахункова схема взаємодії еластичною шини з плоскою опорною поверхнею дороги

Під дією поздовжньої дотичної сили пляма контакту змінює свою довжину. Для урахування цієї особливості в математичну модель було додано опис, що дозволяє коригувати довжину зони контакту:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{R_X - F_{\tau}}{m_{\text{ш}}}, \quad (7)$$

де  $R_X$  – поздовжня дотична сила в плямі контакту шини, Н;

$F_{\tau}$  – поздовжня сила, викликана деформацією довжини бігової доріжки шини;

$m_{ш}$  – маса шини в плямі контакту.

Поздовжня сила, викликана деформацією довжини бігової доріжки шини, визначається за формулою

$$F_{\tau} = C_{\tau} \cdot \Delta_{\tau} - K_{\tau} \cdot V_{\tau}, \quad (8)$$

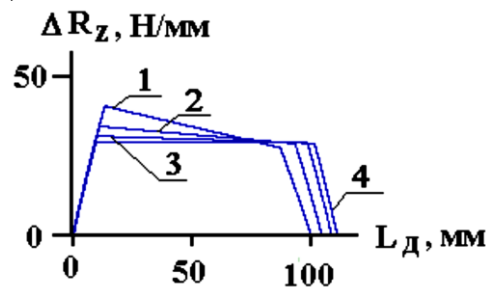
де  $C_{\tau}$  – тангенціальна жорсткість бігової доріжки шини;

$\Delta_{\tau}$  – тангенціальна деформація бігової доріжки шини;

$K_{\tau}$  – тангенціальний коефіцієнт демпфірування бігової доріжки шини;

$V_{\tau}$  – поздовжня швидкість деформації бігової доріжки шини.

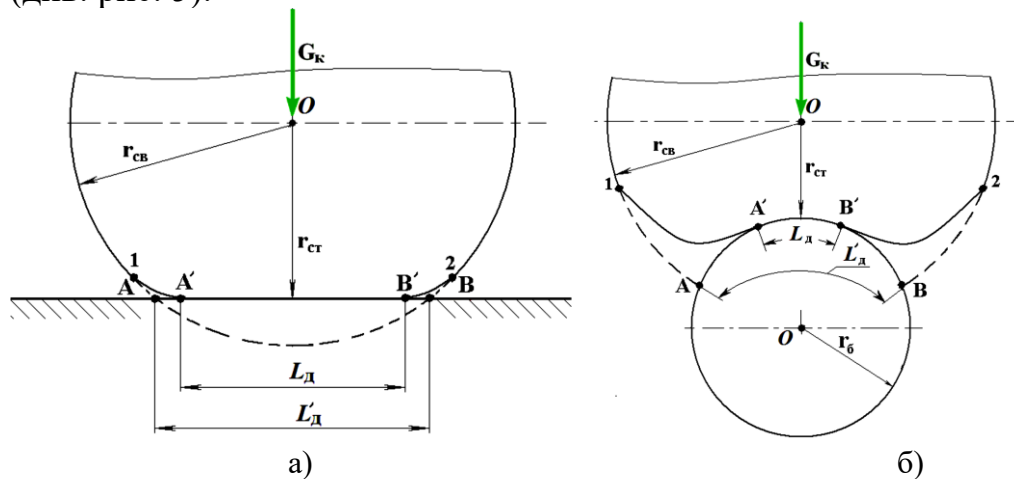
Результати математичного моделювання процесу гальмування колеса з урахуванням зміни довжини зони контакту під дією гальмівної сили представлені на (рис. 4).



1 - кочення колеса у відомому режимі; 2 і 3 - в гальмівному режимі

Рис.4 – Результати математичного моделювання зміни довжини зони контакту шини

Необхідно відзначити, що з метою підвищення якості математичної моделі процесу гальмування колеса слід враховувати і зміну довжини зони контакту, яка викликана деформацією профілю шини в зоні плями контакту А'-В' (див. рис. 5).



а - на дорозі; б - на біговому барабані

Рис.5 – Схема, що ілюструє окружну деформацію шини нерухомого колеса

Довжину зони контакту коригують за допомогою формули

$$L_D = L'_D \cdot K_{DL}, \quad (9)$$

де  $K_{DL}$  – коефіцієнт, що враховує окружну деформацію в зоні контакту:

$$K_{DL} = 0,75 \cdot \left( \frac{r_B}{r_{CB}} \right)^{0,0214}, \quad (10)$$

де  $r_B$  – радіус бігового барабана.

При математичному моделюванні на дорозі радіус бігового барабана  $r_B$  приймаємо більше 1000 мм, тобто пляма контакту має практично плоску опорну поверхню.

Поздовжнє дотичне розподілене навантаження визначається за формулою

$$\Delta R_X = \begin{cases} \Delta R_{X1} + \Delta R_{X2}, & \text{если } \Delta R_{X1} + \Delta R_{X2} \leq \Delta R_Z \cdot \mu, \\ \Delta R_Z \cdot \mu & \end{cases}, \quad (11)$$

де  $\Delta R_{X1}$  – поздовжня дотична розподілене навантаження веденого колеса;

$\Delta R_{X2}$  – поздовжня дотична розподілене навантаження, викликана поздовжньою силою;

$\mu$  – коефіцієнт тертя.

Коефіцієнт тертя описується функцією:

$$\mu = \mu_{MAX} \cdot (2,7^{-A_\mu \cdot V}), \quad (12)$$

де  $\mu_{MAX}$  – максимальний коефіцієнт тертя;

$A_\mu$  – емпіричний коефіцієнт,  $A_\mu = 0,01$ .

Максимальний коефіцієнт тертя  $\mu_{MAX}$  залежить від питомого тиску в плямі контакту, тому була запропонована функція, що враховує зміну коефіцієнта тертя в залежності від зміни питомого тиску:

$$\mu_{MAX} = \mu_{qMAX} \cdot 2,7^{-0,15 \cdot q}, \quad (13)$$

де  $q$  – питомий тиск в плямі контакту.

Поздовжнє розподілене навантаження веденого колеса пропорційне куту контакту шини  $\alpha_K$ :

$$\Delta R_{X1} = C_{III} \cdot [\arcsin(\cos_K \cdot \operatorname{tg} \alpha_i) - \alpha_i], \quad (14)$$

де  $C_{III}$  – жорсткість шини.

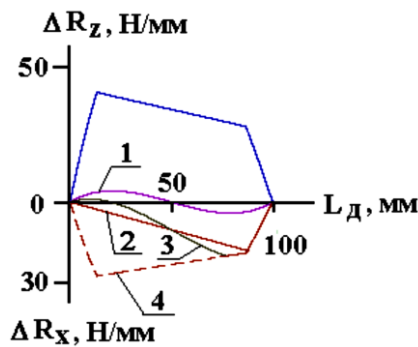
Поздовжнє розподілене навантаження, викликане поздовжньою силою:

$$\Delta R_{x2} = K_{\tau 1} \cdot S \cdot (\alpha_K + \alpha_i), \quad (15)$$

де  $S$  – прослизання колеса відносно опорної поверхні.

Поздовжнє розподілене навантаження веденого колеса являє собою синусоїдальну форму 1 (рис. 6). Додаткові поздовжні дотичні розподілені навантаження, викликані поздовжньою силою, являють собою лінійну залежність 2 (рис. 6).

Крива 3 (рис. 6) є сумою двох доданків: 1 – дотичній розподіленого навантаження, що виникає при коченні веденого колеса; 2 – дотичній розподіленого навантаження, що виникає через поздовжню силу.



1 - дотична, що виникає при коченні веденого колеса; 2 - дотична, що виникає через поздовжню силу; 3 - сума двох доданків 1 і 2; 4 - межа зони сили тертя

Рис. 6 – Результати математичного моделювання розподіленого навантаження по довжині плями контакту колеса з еластичною шиною

У міру збільшення поздовжньої дотичної сили, по довжині плями контакту буде зростати розподілене дотичне навантаження, що змінюється за лінійним законом (15). Зростання розподіленої поздовжнього навантаження продовжиться до тих пір, поки не настане прослизання елемента в зоні контакту. У разі, коли поздовжня дотична сила стане рівній силі тертя в зоні контакту, збільшення сили припиниться.

У тих місцях, де поздовжня дотична сила більше сили тертя, настає прослизання (рис. 7). З підвищенням гальмівної сили збільшується зона прослизання колеса відносно опорної поверхні, поширюючись на передню частину зони контакту:  $n_{1k}$ ;  $n_{2k}$ ;  $n_{3k}$ ; гальмівна сила відповідно становить 500 Н; 850 Н і 1700 Н.

Результати розробленого математичного опису дозволили отримати форми епюр розподілу нормальних і дотичних навантажень по довжині плями контакту еластичною шини з плоскою опорною поверхнею (рис. 8) і циліндричною опорною поверхнею стелу з біговим барабаном (рис. 9) в процесі гальмування автомобільного колеса.

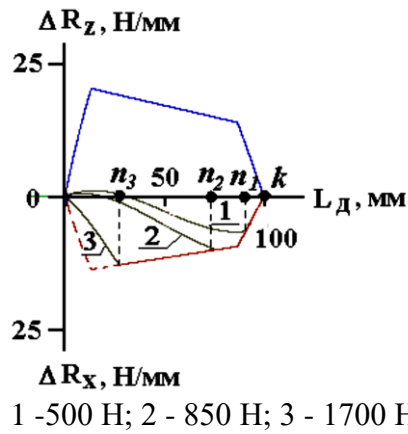


Рис.7 – Результати математичного моделювання розподіленого навантаження по довжині плями контакту колеса на плоскій опорній поверхні в залежності від величини поздовжньої дотичної сили

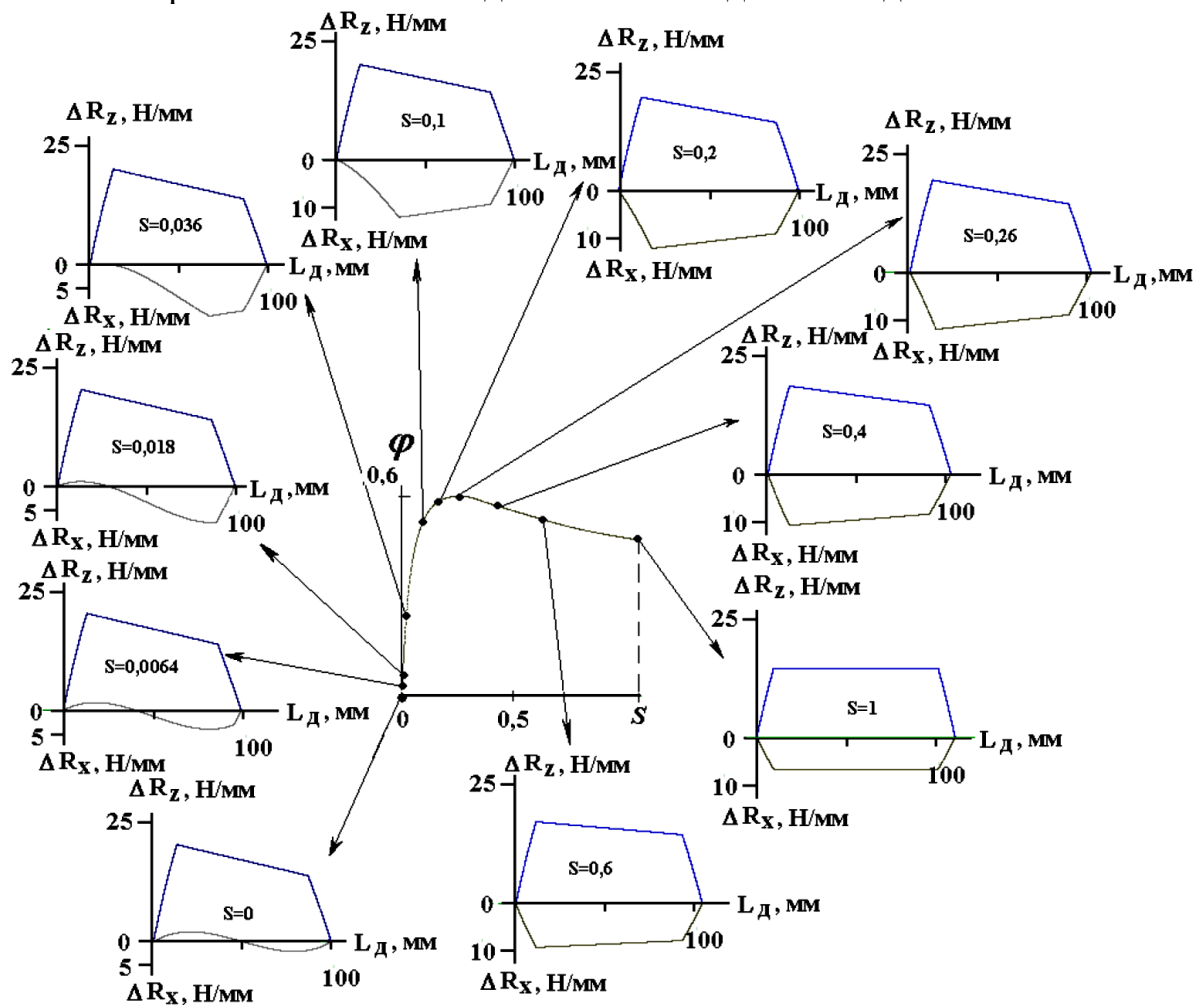


Рис.8 – Характеристики зчеплення колеса з опорною поверхнею дороги в результаті математичного моделювання

Графіки залежності коефіцієнта зчеплення від прослизання (рис. 8 і 9) були отримані в результаті математичного моделювання процесу гальмування колеса на біговому барабані діаметром 0,2 м; нормальне навантаження на колесі в розрахунках становило  $G_K = 3000 \text{ Н}$ ; тиск в шині в розрахунках брали  $P_{1д} = 0,21 \text{ МПа}$ . Розроблена математична модель

дозволяє розрахунковим шляхом аналізувати вплив форми циліндричних поверхонь опорних роликів стендів і характеристик шин, на форму і величину розподілу нормальних і дотичних реакцій в плямі їх контакту.

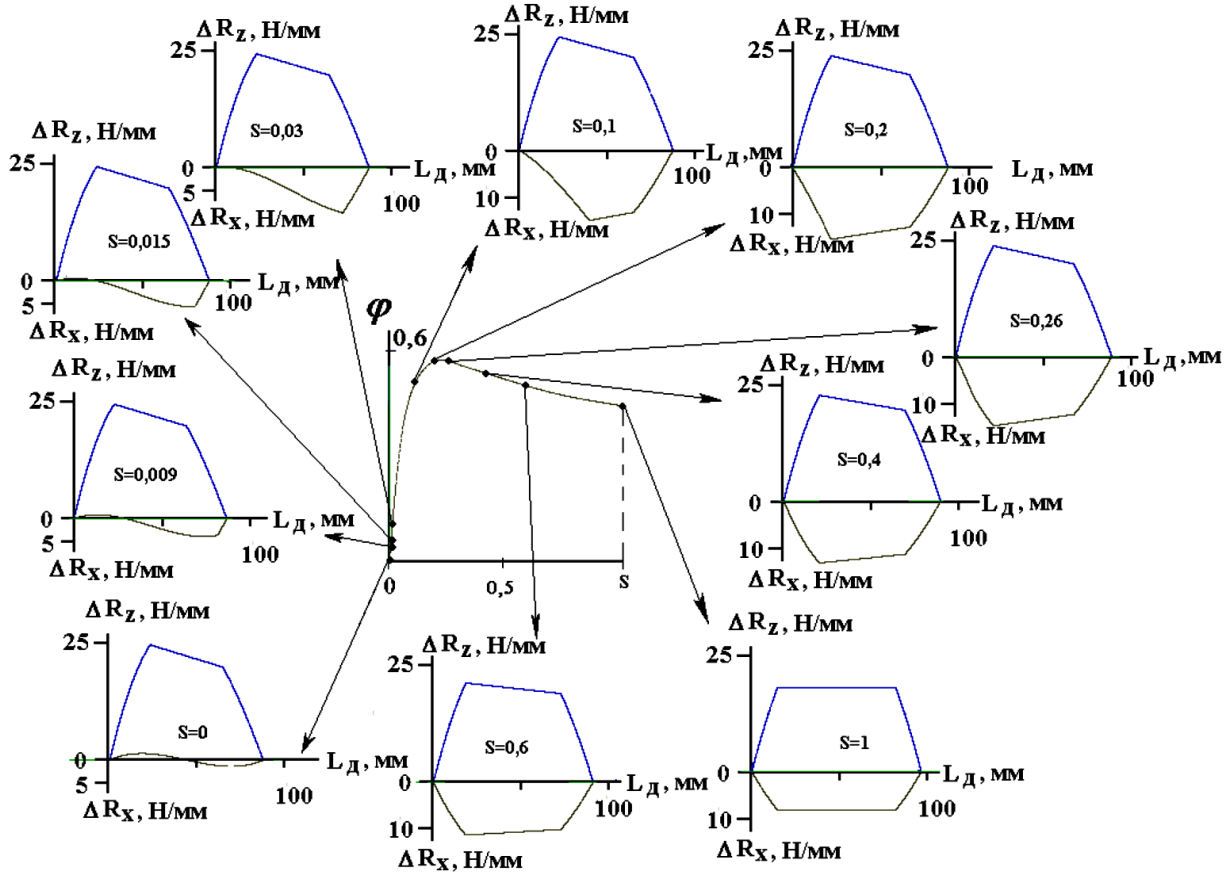


Рис.9 – Характеристики зчеплення колеса з опорною поверхнею бігового барабана в результаті математичного моделювання

**Висновки.** На закінчення відзначимо, що розроблений метод дозволив одержати залежності коефіцієнта зчеплення від прослизання на основі розподіленіх нормальних і дотичних реакцій в зоні контакту еластичною шини як з плоскою опорною поверхнею, так і з циліндричними поверхнями бігових барабанів діагностичного стенда.

### Література

1. Мармут І. А., Кашканов В. А., Зуєв В. О. Експериментальне дослідження опору кочення коліс автомобіля на роликовому стенді. Науковий журнал «Вісник машинобудування та транспорту». – Вінниця: ВНТУ, 2020. – № 2(12), с. 68-75. DOI: <https://doi.org/10.31649/2413-4503-2020-12-2-68-75>.
2. Мармут І.А., Кашканов А.А., Кашканов В.А. Дослідження взаємодії коліс автомобіля з роликами стенда при гальмуванні. Науковий журнал «Вісник машинобудування та транспорту». – Вінниця: ВНТУ, 2021. – № 1(13), с. 68-77. DOI <http://surl.li/dfvsh>.