

**ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ ПОЛЯ В ЦИЛІНДРИЧНІЙ ІНДУКТОРНІЙ СИСТЕМІ  
ІЗ ЗОВНІШНІМ КОАКСІАЛЬНИМ БІФІЛЯРНИМ СОЛЕНОЇДОМ****Ю. В. Батигін, Т. В. Гаврилова, С. О. Шиндерук, Ю. В. Щербініна**

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

вул. Ярослава Мудрого, 25, м. Харків, 61002, Україна. E-mail: gavrilova.tatyana@i.ua

Проведено аналіз практичного застосування та розрахунків біфілярних конструкцій в сучасних електричних приладах різного призначення. Обґрунтовано доцільність використання індукторних систем із зовнішніми біфілярними котушками в елементах схеми сучасного металообробного обладнання, зокрема, як елементів обладнання для магнітно-імпульсної обробки металів. Отримані розрахункові вирази для теоретичного аналізу та чисельних оцінок характеристик електромагнітних процесів у циліндричній індукторній системі, де індуктор знаходиться всередині коаксіального соленоїда, обмотка якого виконана у вигляді біфіляра з протилежно спрямованими струмами. За допомогою рівнянь Максвелла та граничних умов було знайдено зображення Лапласа для  $z$ -ї складової напруженості магнітного поля, збудженого у розглянутій індукторній системі. Встановлено, що для такої системи збуджені магнітні потоки віднімаються поза обмотками, що в кінцевому підсумку призводить до зменшення результуючого поля в порівнянні з магнітним полем кожного зі струмів окремо, і, отже, до зменшення індуктивності котушки як елемента електричного кола. Показано, що отримані формули полів і струмів при зміні знаку відповідного алгебраїчного члена залишаються дійсними для випадку односпрямованих струмів. Чисельні оцінки для експериментальної моделі індукторної системи показали, що індукований струм у відсотках від значення збуджуючого струму не перевищує  $\sim 6,3$  %. Отримані залежності від часу напруги і струмів, індукованих в біфілярній обмотці, застосовуються залежно від проектних умов для різних конкретних конструкцій індукторної системи. Новизна даної роботи полягає у висуненні ідеї конструктивного виконання самої індукторної системи, її фізико-математичної моделі та отриманні розрахункових співвідношень для аналізу електромагнітних процесів із чисельними оцінками характеристик збуджених полів.

**Ключові слова:** індукторна система, електромагнітні процеси, індукований струм, магнітно-імпульсна обробка.

**ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПОЛЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ИНДУКТОРНОЙ СИСТЕМЕ  
С ВНЕШНИМ КОАКСИАЛЬНЫМ БИФИЛЯРНЫМ СОЛЕНОИДОМ****Ю. В. Батыгин, Т. В. Гаврилова, С. А. Шиндерук, Ю. В. Щербинина**

Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет

ул. Ярослава Мудрого, 25, г. Харьков, 61002, Украина. E-mail: gavrilova.tatyana@i.ua

Проведен анализ практического применения и расчетов бифилярных конструкций в современных электротехнических устройствах различного назначения. Обоснована целесообразность использования индукторных систем с внешними бифилярными катушками в схемных элементах современного металлообрабатывающего оборудования, в частности, в качестве элементов оборудования для магнитно-импульсной обработки металлов. Получены расчетные выражения для теоретического анализа и численных оценок характеристик электромагнитных процессов в цилиндрической индукторной системе, где индуктор расположен внутри коаксиального соленоида, обмотка которого выполнена в виде бифиляра с противоположно направленными токами. С помощью уравнений Максвелла и граничных условий найдено изображение Лапласа для  $z$ -й компоненты напряженности магнитного поля, возбуждаемого в рассматриваемой индукторной системе. Выяснено, что для такой системы возбужденные магнитные потоки вычитаются за пределами обмоток, что в конечном итоге приводит к уменьшению результирующего поля по сравнению с магнитным полем каждого из токов в отдельности, а, следовательно, к уменьшению индуктивности катушки как элемента электрической схемы. Показано, что полученные формулы для полей и токов при изменении знака соответствующего алгебраического члена остаются справедливыми и для случая однонаправленных токов. Численные оценки для экспериментальной модели индукторной системы показали, что индуцированный ток в процентном отношении к величине возбуждающего тока не превышает  $\sim 6,3$  %. Полученные временные зависимости для напряжений и тока, наведенного в бифилярной обмотке, применимы в зависимости от условий расчета для различных конкретных конструкций индукторной системы. Новизна данной работы заключается в предложении идеи конструктивного исполнения самой индукторной системы, ее физико-математической модели и получении расчетных выражений для анализа протекающих электромагнитных процессов с численными оценками характеристик возбуждаемых полей.

**Ключевые слова:** индукторная система, электромагнитные процессы, индуцированный ток, магнитно-импульсная обработка.

**АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ.** У сучасній біфілярні котушки, які складаються з двох електронній техніці часто використовуються коаксіальних протяжних соленоїдів з однаковим

намотуванням. У залежності від спрямованості струмів, які протікають у них, створюються можливості для отримання різних сумарних магнітних потоків в областях поза і всередині котушок, і, відповідно, виникає можливість отримання різної індуктивності котушок для елементів електричних ланцюгів [1]. Таким чином, наприклад, створюються дротяні резистори з досить малою індуктивністю [2], елементи резистивного надпровідного обмежувача струму, включаючи струми короткого замикання (FCL, SFCL) [3, 4], так звані "відкриті біфілярні соленоїди" (відкриті біфілярні котушки), які застосовуються в проміжних схемах системи безпровідної передачі енергії [5] і т.п. Авторами роботи [6] розглянуті фізико-математичні моделі електромагнітних процесів у соленоїдах різної геометрії, які можуть бути запропоновані у джерелах сильних полів для технологічних цілей та полів випромінювання в передавальних пристроях. Практичний інтерес для розробки схеми обладнання магнітно-імпульсної обробки металів представляє також дослідження системи, в якій біфілярні котушки розміщуються або всередині, або поверх багатовиткових циліндричних індукторів [7–8]. В публікації [9] виконано чисельний аналіз на основі строгого математичного підходу характеристик електромагнітних процесів у циліндричній системі, де індуктор розміщений всередині коаксіального соленоїду, обмотка якого виконана у вигляді біфіляра із струмами, що протікають у протилежних напрямках. Авторами роботи [10] такий аналіз проведений для індукторної системи із зовнішнім біфілярним соленоїдом. Цитовані роботи висвітлюють окремі сторони проблеми і вимагають свого узагальнення в рамках окремої публікації.

Мета роботи – узагальнення результатів теоретичного аналізу та численних оцінок характеристик електромагнітних процесів в циліндричній системі, де індуктор розміщений в коаксіальному соленоїді, обмотка якого виконана у вигляді біфіляра із струмами, що протікають у протилежних напрямках.

**МАТЕРІАЛ І РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ.** Розрахункова модель досліджуваної системи представлена на рис. 1.

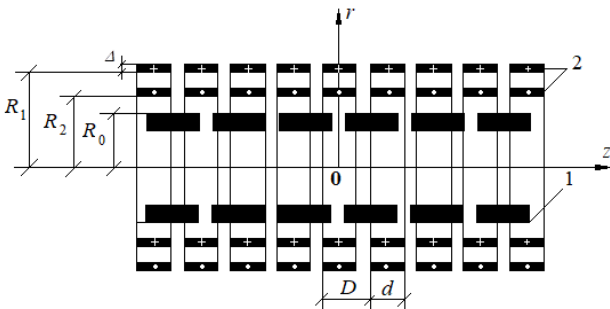


Рисунок 1 – Розрахункова модель індукторної системи із зовнішньою біфілярною обмоткою

При вирішенні поставленого завдання будемо вважати, як і в роботах [9–10] наступне.

1. У прийнятій циліндричній системі координат індукторна система є досить протяжною (крайовими ефектами нехтуємо) і аксіально-симетричною, так що  $\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$ ,  $\varphi$  – азимутальний кут.

2. Внутрішній індуктор відключений, його витки виконані з металу і мають високу електропровідність, досить щільно прилягають один до одного, так що їх зовнішню поверхню можна вважати суцільною ідеально провідною поверхнею. У поздовжньому напрямку біфілярна обмотка являє собою періодичну структуру, де  $D$  – крок намотування,  $d$  – ширина витків.

3. Витки біфілярної обмотки з металевої стрічки ( $R_1, R_2$  – радіуси внутрішньої і зовнішньої її частин) не впливають на електромагнітні процеси, що протікають, так як вони «прозорі» для збуджуваних полів, їх радіальна товщина  $\Delta \rightarrow 0$ , що дозволяє представити поперечну структуру обмотки дельта-функцією Дірака –  $\delta(r - R_{1,2})$  [13].

4. Біфіляр збуджується гармонічним струмом з густиною  $j_\varphi(t, r, z) = j_m \sin(\omega t) f(r) g(z)$ , де  $j_m$  – амплітуда лінійної густини збудженого струму,  $\omega$  – циклічна частота,  $t$  – час,  $f(r), g(z)$  – функції радіального і поздовжнього розподілів відповідно. У разі односпрямованих струмів в обмотках біфіляра функція радіального розподілу записується у вигляді  $f(r) = [\delta(r - R_1) + \delta(r - R_2)]$ .

5. Часові параметри збудженого струму задовольняють квазістаціонарному наближенню Ландау –  $\frac{\omega}{c} \cdot \ell \ll 1$  [11], де  $c$  – швидкість світла у вакуумі,  $\ell$  – максимальний розмір в системі.

Рівняння Максвелла для складових вектору збудженого електромагнітного поля, перетворених за Лапласом з урахуванням нульових початкових умов, мають вигляд [7, 8, 11]:

$$\frac{\partial H_r(p, r, z)}{\partial z} - \frac{\partial H_z(p, r, z)}{\partial r} = j_\varphi(p, r, z) + p\epsilon_0 E_\varphi(p, r, z); \quad (1)$$

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r E_\varphi(p, r, z)) = -\mu_0 p H_\varphi(p, r, z); \quad (2)$$

$$\frac{\partial E_\varphi(p, r, z)}{\partial z} = \mu_0 p H_r(p, r, z), \quad (3)$$

де  $p$  – параметр перетворення Лапласа;

$$E_\varphi(p, r, z) = L\{E_\varphi(t, r, z)\};$$

$$H_{r, z}(p, r, z) = L\{H_{r, z}(t, r, z)\};$$

$$j_\varphi(p, r, z) = L\{j_\varphi(t, r, z)\} - \text{перетворення густини}$$

струму в біфілярі.

Згідно з прийнятими припущеннями образ густини струму в біфілярі в правій частині рівняння (1) можна представити розкладанням Фур'є по поздовжній координаті  $-z$  [12]:

$$\begin{cases} j_{\varphi}(p, r, z) = j_m \left( \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} \right) f(r) g(z); \\ g(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n^* \cos(\Omega_n z), \end{cases} \quad (4)$$

де  $\Omega_n = \frac{2\pi}{D} n$ ;

$$a_n^* = \begin{cases} \frac{d}{D}, & n = 0; \\ \frac{2}{\pi n} \sin\left(\pi n \frac{d}{D}\right), & n = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

З диференціальних рівнянь (1)–(3) з урахуванням виразу (4) в рамках прийнятих припущень отримуємо рівняння для азимутальної компоненти напруженості електричного поля [12]

$$\frac{\partial^2 E_{\varphi}(p, r, z)}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r E_{\varphi}(p, r, z)) \right) - \quad (5)$$

$$-k^2(p) E_{\varphi}(p, r, z) = \mu_0 p j_{\varphi}(p, r, z),$$

де  $k(p) = \frac{p}{c}$  – хвильове число,  $c$  – швидкість світла у вакуумі.

Згідно поздовжньої залежності збудженого струму у вигляді розкладання Фур'є (4)  $E_{\varphi}(p, r, z)$  в рівнянні (5) можна представити аналогічним розкладанням [11, 12]:

$$E_{\varphi}(p, r, z) = \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} \sum_{n=0}^{\infty} E_n(r) \cos(\Omega_n z), \quad (6)$$

де  $E_n(r)$  – функція радіального розподілу азимутальної компоненти напруженості електричного поля  $E_{\varphi}(p, r, z)$  у відповідному представленні ряду Фур'є.

Підставляючи (6) в (5), отримуємо неоднорідне рівняння Бесселя [12]:

$$\frac{d^2 E_n(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dE_n(r)}{dr} - \left( \frac{1}{r^2} + k_n^2(p) \right) E_n(r) = \quad (7)$$

$$= K_n f(r),$$

де  $K_n = \mu_0 p j_m a_n^*$ ,

$k_n(p) = \sqrt{\Omega_n^2 + k^2(p)}$  – радіальне хвильове число.

Рівняння (7) – лінійне неоднорідне рівняння другого порядку можна проінтегрувати за допомогою методу варіації довільних сталих. Відповідно до алгоритму методу загальний інтеграл рівняння (7) слід шукати у вигляді лінійної комбінації фундаментальних рішень з коефіцієнтами – функціями радіальної змінної [12]:

$$E_n(r) = A_n(r) I_1(k_n(p)r) + B_n(r) K_1(k_n(p)r), \quad (8)$$

де  $A_n(r)$ ,  $B_n(r)$  – коефіцієнти розкладання,

$I_1(k_n(p)r)$ ,  $K_1(k_n(p)r)$  – модифіковані

функції Бесселя першого порядку.

Опускаючи відповідні математичні перетворення, запишемо систему диференціальних рівнянь для визначення невідомих у натуральному вираженні (8) [12]:

$$\begin{cases} \frac{dA_n(r)}{dr} I_1(k_n(p)r) + \frac{dB_n(r)}{dr} K_1(k_n(p)r) = 0; \\ \frac{dA_n(r)}{dr} \frac{dI_1(k_n(p)r)}{dr} + \\ + \frac{dB_n(r)}{dr} \frac{dK_1(k_n(p)r)}{dr} = K_n f(r). \end{cases} \quad (9)$$

Із системи (9) знаходимо, що

$$A_n(r) = A_n + K_n \int_{R_0}^r r f(r) K_1(k_n(p)r) dr = \quad (10)$$

$$= A_n + K_n F_n(r, R_{1,2}),$$

де  $A_n$  – довільна стала інтегрування,

$$F_n(r, R_{1,2}) = \eta(r - R_1) R_1 K_1(k_n(p) R_1) -$$

$$- \eta(r - R_2) R_2 K_1(k_n(p) R_2),$$

$\eta(r - R_{1,2})$  – ступінчасті функції Хевісайда,

$$B_n(r) = B_n - K_n \int_{R_0}^r r f(r) I_1(k_n(p)r) dr = \quad (11)$$

$$= B_n - K_n G_n(r, R_{1,2}),$$

де  $B_n$  – довільна стала інтегрування,

$$G_n(r, R_{1,2}) = \eta(r - R_1) R_1 I_1(k_n(p) R_1) -$$

$$- \eta(r - R_2) R_2 I_1(k_n(p) R_2).$$

Підставляючи вирази (10) і (11) у залежність (8), одержимо:

$$E_n(r) = A_n I_1(k_n(p)r) + B_n K_1(k_n(p)r) + \quad (12)$$

$$+ K_n N_n(r, R_{1,2}),$$

де

$$N_n(r, R_{1,2}) = F_n(r, R_{1,2}) I_1(k_n(p)r) -$$

$$- G_n(r, R_{1,2}) K_1(k_n(p)r).$$

Відповідно прийнятій постановці задачі  $E_n(R_0) = 0, 1$ . Тоді при умові

$$F_n(r, R_{1,2}) \Big|_{R_0 < R_{1,2}} = G_n(r, R_{1,2}) \Big|_{R_0 < R_{1,2}} = 0$$

легко визначити довільну сталу  $B_n$ :

$$B_n = -A_n \frac{I_1(k_n(p)R_0)}{K_1(k_n(p)R_0)}. \quad (13)$$

Невідому  $A_n$  можна знайти з умови обмеженості функції  $E_n(r)$  при  $r \rightarrow \infty$ :

$$A_n = -K_n M_n(R_{1,2}), \quad (14)$$

де  $M_n(R_{1,2}) = R_1 K_1(k_n(p)R_1) - R_2 K_1(k_n(p)R_2)$ .

З урахуванням (13), (14) вираз (12) приймає вигляд:

$$E_n(r) = K_n [N_n(r, R_{1,2}) - M_n(R_{1,2}) Q_n(r, R_0)], \quad (15)$$

де

$$Q_n(r, R_0) = I_1(k_n(p)r) - \frac{I_1(k_n(p)R_0)}{K_1(k_n(p)R_0)} K_1(k_n(p)r).$$

Підставляючи (15) в (6), після необхідних тотожних перетворень отримуємо зображення напруженості електричного поля, що збуджується соленоїдом з біфілярною обмоткою в розглянутій індукторній системі:

$$E_\varphi(p, r, z) = \mu_0 p j_m \left( \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} \right) \sum_{n=0}^{\infty} a_n^* \cos(\Omega_n z) \times \quad (16)$$

$$\times [N_n(r, R_{1,2}) - M_n(R_{1,2}) Q_n(r, R_0)].$$

За допомогою рівняння Максвелла (2) і виразу (16) знаходимо зображення Лапласа для компоненти напруженості магнітного поля, що збуджується:

$$H_z(p, r, z) = j_m \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} \sum_{n=0}^{\infty} a_n^* \cos(\Omega_n z) k_n(p) \times \quad (17)$$

$$\times [W_n(r, R_{1,2}) - M_n(R_{1,2}) V_n(r, R_0)],$$

де

$$W_n(r, R_{1,2}) = F_n(R_{1,2}) I_0(k_n(p)r) +$$

$$+ G_n(R_{1,2}) K_0(k_n(p)r);$$

$$V_n(r, R_0) = I_0(k_n(p)r) +$$

$$+ \frac{I_1(k_n(p)R_0)}{K_1(k_n(p)R_0)} K_0(k_n(p)r).$$

Із (17) знаходимо  $L$  – зображення густини струму, індукваного в металі внутрішнього індуктора-соленоїда [11, 12]:

$$j_i(p, z) = H_z(p, r = R_0, z) = -j_m \frac{1}{R_0} \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} \times \quad (18)$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} a_n^* \cos(\Omega_n z) M_n(R_{1,2}) V_n(R_0),$$

де

$$V_n(R_0) = \frac{1}{K_1(k_n(p)R_0)};$$

$K_1(k_n(p)R_{0,1,2})$  – функція Бесселя другого роду першого порядку [12],

$$k_n(p) = \sqrt{\Omega_n^2 + k^2(p)}; k(p) = \left( \frac{p}{c} \right),$$

$c$  – швидкість світла у вакуумі.

Вираз (18) перетворимо до вигляду, зручного для аналізу і обчислень.

У сумі за просторовими гармоніками виділимо перший доданок, що визначає постійне середнє

значення збуджуваного струму на періоді по поздовжній просторовій змінній. Таким чином, при  $n = 0$  з (18) знаходимо, що

$$\bar{j}_i(p) = -j_m \frac{d}{2D R_0} \left( \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} \right) \times \quad (19)$$

$$\times \frac{R_1 K_1(k(p)R_1) - R_2 K_1(k(p)R_2)}{K_1(k(p)R_0)}.$$

В діапазоні робочих частот, що використовується для магнітно-імпульсної обробки металів, може бути застосовано умову  $|k(p)R_{0,1,2}| \ll 1$  [10]. Це дозволяє скористатися представленням модифікованих функцій Бесселя для досить малих значень аргументів у вигляді обернено пропорційних залежностей

$$K_1 \approx \frac{1}{k(p)R_{0,1,2}}.$$

У цьому випадку залежність (19) допускає наступну оцінку:

$$\bar{j}_i(p) \approx -j_m \frac{d}{2D} \left( \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} \right) k(p) \times \quad (20)$$

$$\times \left( R_1 \frac{1}{k(p)R_1} - R_2 \frac{1}{k(p)R_2} \right) = 0.$$

Результат (20) свідчить про відсутність постійної складової індукваного струму уздовж поздовжньої просторової змінної  $z$ .

З урахуванням (20) залежність (18) можна спростити, тобто:

$$j_i(p, z) = -j_m \times \quad (21)$$

$$\times \frac{1}{R_0} \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(\Omega_n z) M_n(R_{1,2}) V_n(R_0),$$

де  $a = \frac{2}{\pi n} \sin\left(\pi n \frac{d}{D}\right), n = 1, 2, 3, \dots;$

$$M_n(R_{1,2}) = R_1 K_1(\Omega_n R_1) - R_2 K_1(\Omega_n R_2);$$

$$V_n(R_0) = \frac{1}{K_1(\Omega_n R_0)}.$$

Для реально можливої геометрії індукторної системи, що розглядається, маємо

$\Omega_n R_{0,1,2} = 2\pi n \frac{R_{0,1,2}}{D} \gg 1$  [10]. Це дозволяє скористатися експоненційною асимптотикою для модифікованих функцій Бесселя:

$$K_1(\Omega_n R_{0,1,2}) \approx \sqrt{\frac{\pi}{2(\Omega_n R_{0,1,2})}} e^{-(\Omega_n R_{0,1,2})}.$$

Після зворотного перетворення Лапласа, виконання необхідних тотожних перетворень і розкриття раніше прийнятих позначень з (21) отримуємо просторово-часову залежність для струму, індукваного в металі внутрішнього соленоїда [10].

З нормуванням на густину струму, що збуджує систему, результат запишеться у вигляді:

$$j_0(t, z) = \frac{j_i(t, z)}{j_m} \approx \frac{2}{\pi} \sin(\omega t) \sqrt{\frac{R_1}{R_0}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\pi n \frac{d}{D}\right)}{n} \cos\left(2\pi n \frac{z}{D}\right) \times e^{-\left(2\pi n \frac{(R_1 - R_0)}{D}\right)} \left(1 - \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} e^{-\left(2\pi n \frac{(R_2 - R_1)}{D}\right)}\right) \quad (22)$$

Безпосередньо з (22) випливає наступне:

– часові функції індукваного і збудженого струмів однакові, що узгоджується з відомими висновками [7, 10];

– відсутність постійної складової в просторовому розподілі індукваного струму призводить до зміни відповідної залежності в порівнянні із збудженим струмом;

– найменше значення індукваного струму (нульове) повинно мати місце при  $R_0 \approx R_1 \approx R_2$ , що практично можливо в індукторних системах з досить великими поперечними розмірами;

– зниження амплітуди індукваного струму відбувається при відносному збільшенні періоду обмотки, що практично відповідає збільшенню поздовжньої відстані щодо радіальних зазорів між витками біфіляра  $\left(\frac{D}{R_1 - R_0} > 1, \frac{D}{R_2 - R_1} > 1\right)$ .

Від якісного розглядання перейдемо до чисельних оцінок. Як приклад візьмемо один із варіантів експериментальної моделі досліджуваної індукторної системи з щільним намотуванням по радіусу. При цьому вважаємо, що у поздовжньому напрямку витки розділені додатково ізоляційною прокладкою для збільшення періоду повторення  $D$ , а саме:

а) радіальні розміри:  $R_0 = 0,0375$  м,  $R_1 = 0,0385$  м,  $R_2 = 0,0395$  м;

б) поздовжні розміри:  $d = 0,0005$  м,  $D = 0,004$  м;

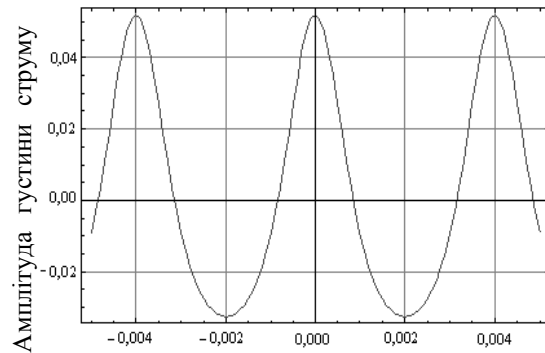
в) величина ізоляційних покриттів:  $h = 0,0005$  м.

Візьмемо до уваги, що прийнята величина періоду повторення в обмотці біфіляра по поздовжній координаті дозволяє задовольнити умові достатньої радіальної тонкостінності металу витків з міді. Остання обставина пояснюється більшою віддаленістю другої обмотки в порівнянні з першою щодо робочої поверхні внутрішнього індуктора. Як показують відповідні чисельні оцінки, їх усереднена поперечна товщина в відношенні до величини скін-шару становитиме  $\sim 0,15$ .

Результати обчислень для експериментальної установки і її теоретичної моделі наведені на рис. 2.

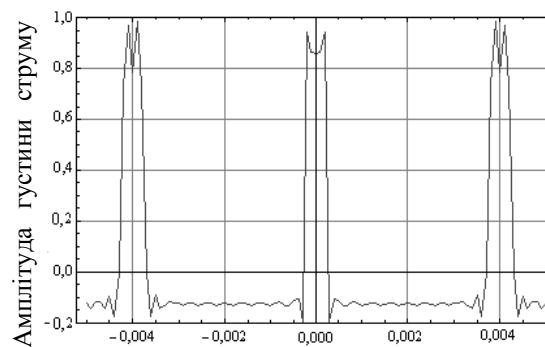
Як впливає із залежності на рис. 2,а, поздовжній розподіл індукваного струму в реальній конструкції є близька до гармонічної залежності, хоча амплітуди негативних осциляцій менше амплітуд позитивних осциляцій. Остання обставина пояснюється більшою віддаленістю

другої обмотки в порівнянні з першою щодо робочої поверхні внутрішнього індуктора.



Відносна поздовжня координата  $\frac{z}{D}$

а)



Відносна поздовжня координата  $\frac{z}{D}$

б)

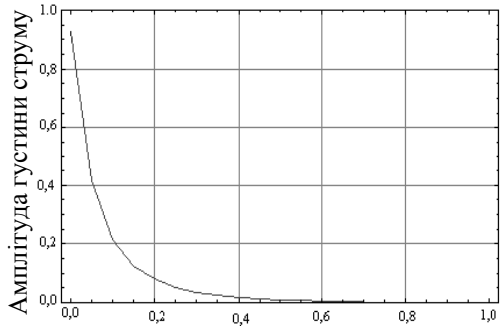
Рисунок 2 – Поздовжній розподіл часового максимуму густини індукваного струму: а) експериментальна установка;

б) теоретична ідеалізована модель, в якій  $R_1 \rightarrow R_0, R_2 \rightarrow R_1$

При збільшенні відстані між обмотками (рис. 2,б) значення індукваного струму істотно зростає, осцилюючий характер залежності від поздовжньої координати зберігається. Але, як і раніше, амплітуди негативних значень менше позитивних амплітуд.

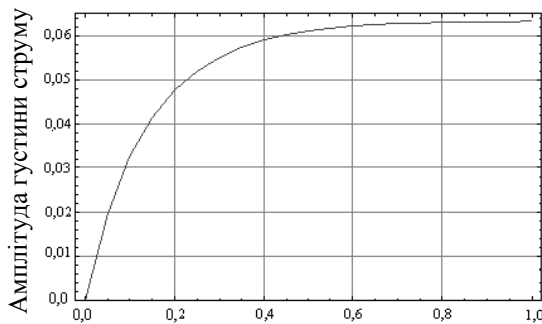
Графічні ілюстрації на рис. 3 описують кількісні залежності величини густини струму, що збуджується на поверхні внутрішнього соленоїда, від відносних поперечних розмірів даної індукторної системи.

Математичний характер розрахункових залежностей легко пояснити фізико процесів, що протікають. Так, функція на рис. 3,а убуває внаслідок видалення першої обмотки (і, відповідно, другої) щодо внутрішнього соленоїда (тобто, падає рівень електромагнітного зв'язку). Функція на рис. 3,б зростає, оскільки видаляється друга обмотка, перша зберігає своє становище в системі, і падає просторово-тимчасова взаємодія їх полів (тобто, ефект біфіляра).



Відносна радіальна координата  $\frac{R_1 - R_0}{D}$

а)



Відносна радіальна координата  $\frac{R_2 - R_1}{D}$

б)

Рисунок 3 – Залежності амплітуди густини індукованого струму від радіальних характеристик:

а) при  $\frac{R_2 - R_1}{D} = 0,25$ ; б) при  $\frac{R_1 - R_0}{D} = 0,25$

Остаточною чисельною характеристикою дослідженої індукторної системи можна вважати максимальне нормоване значення індукованого струму, що дорівнює  $\sim 6,3\%$  щодо амплітуди збудженого струму в обмотках біфіляра.

**ВИСНОВКИ.** Отримані результати можна узагальнити наступними положеннями.

Проведено теоретичний аналіз і оцінку характеристик електромагнітних процесів в циліндричній системі, де індуктор розміщено всередині коаксiального соленоїда, обмотка якого виконана у вигляді біфіляра з протилежно спрямованими струмами.

Показано, що в  $z$  – розподілі струму, індукованого в металі внутрішнього індуктора, відсутня постійна складова, що призводить до зміни відповідної інтегральної залежності по координаті в порівнянні з відповідним розподілом збудженого струму.

Знайдено, що найменше значення індукованого струму (нульове) повинно мати місце при досить малій різниці між радіальними розмірами внутрішнього індуктора, першої і другої обмоток біфіляра ( $R_0 \approx R_1 \approx R_2$ ), що практично можливо в індукторних системах з досить великими поперечними розмірами.

Чисельні оцінки для експериментальної моделі індукторної системи показали, що індукований

струм у відсотковому відношенні до значення збудженого струму не перевищує  $\sim 6,3\%$ .

Отримані результати можуть використовуватись при виборі робочих конструкторських рішень для відповідних елементів нових схем обладнання магнітно-імпульсної обробки металів. Вельми перспективним в напрямку подальших досліджень бачиться експериментальне вивчення електромагнітних процесів у запропонованій конструкції індукторної системи із зовнішніми біфілярними котушками.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Волгов В. А. Детали и узлы радиоэлектронной аппаратуры. Москва : Энергия, 1977. 88 с.
2. Герасимов В. Г. Кузнецов С. В., Николаева О. В. Электротехника и электроника. Электрические и магнитные цепи. Москва : Энергоатомиздат, 1996. 288 с.
3. Ahn M. C., Bae D. K., Yang S. E., Park D. K., Ko T. K., Lee C., Seok B. Y., Chang H. M. Manufacture and test of small-scale superconducting fault current limiter by using the bifilar winding of coated conductor. *IEEE Transactions Applied Superconductivity*. 2006. Vol. 16. Iss. 2. P. 646–649.
4. Ahn M. C., Jang J. Y., Ko T. K., Lee H. Novel Design of the Structure of a Non-Inductive Superconducting Coil. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*. 2011. Vol. 21. Iss. 3. P. 1250–1253.
5. Miranda C. M., Pichorim S. F. A Self-resonant Two-Coil Wireless Power Transfer System Using Open Bifilar Coils. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II* : Express Briefs. 2017. Vol. 64. Iss. 6. P. 615–619.
6. Батыгин Ю. В., Лавинский В. И., Хищенко Л. Т. Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий. Харьков : МОСТ-Торнадо. 2003. 284 с.
7. Подольцев А. Д., Кучерявая И. Н. Элементы теории и численного расчёта электромагнитных процессов в ферромагнитных средах. Киев : Изд. Института электродинамики НАНУ, 1999. 362 с.
8. Никищенко А. Н., Богач Н. В., Разработка модели излучения плоской катушки. РТ-2010. Севастополь. 2010. С. 362–366.
9. Батыгин Ю. В., Чаплыгин Е. А., Шиндерук С. А., Гаврилова Т. В., Коваленко Д. А. Циліндрична індукторна система з внутрішнім біфілярним соленоїдом. аналіз електромагнітних процесів. *Вісник Вінницького політехнічного інституту*. 2019. № 6 (147). С. 19–24.
10. Батыгин Ю. В., Шиндерук С. А., Чаплыгин Е. А., Ерёміна Е. Ф., Борисенко Б. В. Цилиндрическая индукторная система с внешним бифилярным соленоидом. Анализ электромагнитных процессов. *Вісник Хмельницького національного університету*. 2019. № 6 (279). С. 44–48.
11. Landau L. D., Lifshitz E. M., Pitaevsky L. P. *Electrodynamics of Continuous Media*. Reprinted 2004 (twice). Elsevier Butterworth-Heinemann Linacre House, 620 p.
12. Korn Granino A. *Mathematical Handbook for Scientists and Engineers : Definitions, Theorems, and Formulas for Reference and Review*. 2nd ed. New York : Dover Publ. Inc., 2000. 1152 p.

## ELECTROMAGNETIC FIELDS IN A CYLINDRICAL INDUCTOR SYSTEM WITH AN EXTERNAL COAXIAL BIFILARY SOLENOID

**Yu. Batygin, T. Gavrilo, S. Shinderuk, Yu. Shcherbinina**

Kharkiv National Automobile and Highway University

vul. Yaroslava Mudrogo, 25, Kharkiv, 61002, Ukraine. E-mail: gavrilo.tatyana@i.ua

**Purpose.** Bifilar structures are widely used in modern electrical devices for various purposes. The specific interest is the using of inductor systems with external bifilar coils in the elements of modern metalworking equipment. In particular, it is very important to study the possibility of using such devices as elements of equipment for magnetic-pulse processing of metals. The aim of this research is a derivation of design expressions for theoretical analysis and numerical estimates of the characteristics of electromagnetic processes in a cylindrical inductor system. The case when the inductor is located inside a coaxial solenoid, the winding of which is made in the form of a bifilar with oppositely directed currents is considered. **Methodology.** Maxwell's equations with appropriate boundary conditions and Laplace transforms are used to solve this problem. This made it possible to determine the expression for the z-th component of the magnetic field intensity excited in the considered inductor system. **Results.** It was found that the excited magnetic fluxes are subtracted outside the bifilar coil windings, which leads to a decrease in the resulting field compared to the magnetic field of each of the currents separately. Thus, it is possible to reduce the inductance of the coil as an element of the electrical circuit. It is shown that the formulas obtained for the fields and currents remain valid for the case of unidirectional currents when the sign of the corresponding algebraic term changes. Numerical estimates for the experimental model of the inductor system showed that the induced current as a percentage of the value of the exciting current does not exceed ~ 6.3 %. **Originality.** The novelty of this work lies in proposing the idea of constructive execution of the inductor system itself, as well as in considering its physical and mathematical model and obtaining calculated expressions for analyzing the ongoing electromagnetic processes with numerical estimates of the characteristics of the excited fields. **Practical value.** The obtained time dependences for voltages and currents induced in the bifilar winding are applicable depending on the design conditions for various specific designs of the inductor system.

**Key words:** inductor system, electromagnetic processes, induced current, magnetic pulse process.

### REFERENCES

1. Volgov, V. A. (1977). *Detali i uzly radioelektronnoj apparatury [Details and nodes of radio-electronic equipment]*. Moscow: Jenergiya. (in Russian).
2. Gerasimov, V. G., Kuznecov, Je. V., & Nikolaeva, O. V. (1966). *Jeletrotehnika i jelektronika. Jeletricheskie i magnitnye cepi [Electrical and Electronics. Electric and magnetic chains]*. Moscow: Jenergoatomizdat. (in Russian).
3. Ahn, M. C., & Bae, D. K., et al. (2006). Manufacture and test of small-scale superconducting fault current limiter by using the bifilar winding of coated conductor. *IEEE Trans. Applied Superconductivity*, 16 (23), 646–649.
4. Ahn, M. C., & Jang, J. Y., et al. (2011). Novel Design of the Structure of a Non-Inductive Superconducting Coil. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 21 (3), 1250–1253.
5. Miranda, C. M., & Pichorim, S. F. A (2017). Self-resonant Two-Coil Wireless Power Transfer System Using Open Bifilar Coils. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 64 (6), 615–619.
6. Batygin, Ju. V., Lavinskij, V. I., & Himenko, L. T. (2003). *Impul'snye magnitnye polja dlja progressivnyh tehnologij [Pulse magnetic fields for progressive technologies]*. Kharkov: MOST-Tornado. (in Russian).
7. Podol'cev, A. D., & Kucherjavaja, I. N. (1999). *Jelementy teorii i chislenного raschjota jelektromagnitnyh processov v ferromagnitnyh sredah [Elements of the theory and numerical calculation of electromagnetic processes in ferromagnetic media]*. Kiev: Publishing Institute of Electrodynamics of the NAS of Ukraine. (in Russian)
8. Nikishenko, A. N., & Bogach, N. V. (2010). *Razrabotka modeli izluchenija ploskoj katushki [Development of a radiation model of a flat coil]*. Sevastopol. (in Russian).
9. Batyhin, Yu. V., Chaplyhin, Ye. O., Shynderuk, S. O., Havrylova, T. V., & Kovalenko, D. A. (2019). Cylindrical Inductor System with Internal Bifilary Solenoid. Analysis of Electromagnetic Characteristics. *Visnyk Vinnyč'kogo politehničnogo instytutu*, 6 (147), 19–24. <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2019-147-6-19-24> (in Ukrainian).
10. Batygin, Yu. V., Shinderuk, S. A., Chaplygin, E. A., Yeryomina, E. F., & Borisenko, B. V. (2019). Cylindrical inductor system with external bifilar solenoid. *Analysis of Electromagnetic Processes. Visnyk Hmel'nyč'kogo nacional'nogo universytetu*, 6 (279), 44–48. (in Russian).
11. Landau, L. D., Lifshitz E. M., & Pitaevsky, L. P. (2004). *Electrodynamics of Continuous Media*. Elsevier Butterworth-Heinemann Linacre House.
12. Korn, G. A. & Korn, T. M. (2000). *Mathematical Handbook for Scientists and Engineers: Definitions, Theorems, and Formulas for Reference and Review*. 2nd ed. New York. Dover Publ. Inc.

Стаття надійшла 12.03.2021.