**МЕХАНИКА, ДИНАМИКА**

**Практическое занятие №3**

***Законы динамики поступательного движения***

**Справочный материал**

Уравнение движения материальной точки (второй закон Ньютона)

в векторной форме:



или

,

где  – геометрическая сумма сил, действующих на материальную точку; *т-*масса;

*а* – ускорение;** –** импульс; *N* – число сил, действующих на материальную точку;

в координатной форме (скалярной):

; 

; 

; ,

где под знаком суммы стоят проекции сил на соответствующие оси координат.

Сила гравитационного взаимодействия тел

,

где *G* – гравитационная постоянная, *m*1 и *m*2 – массы взаимодействующих тел;

*r –* расстояние между ними.

Сила упругости (закон Гука)

,

где *k* – коеффициент упругости (жесткость),  *–* абсолютная деформация.

Сила трения скольжения

*F*тр *=* μ*N,*

где μ – коэффициент трения скольжения; *N* – сила реакции опоры.

Вес тела – сила, действующая на опору или на подвес

.

**Пример №1.** Материальная точка массой *т=*2 кг движется под действием некоторой силы *F* согласно уравнению *x=A+Bt+Ct2+Dt*3*,* где *С*=1 м/с2, *D=–*0,2 м/с3. Найти значения этой силы в моменты времени *t*1*=*2 с и *t*2=5 с. В какой момент времени сила равна нулю?

|  |
| --- |
| Дано:  *т=*2 кг  *x=A+Bt+Ct2+Dt*3  *С*=1 м/с2  *t*1*=*2 с  *t*2=5  *F*=0 |
| F1? *F*2?*t*? |

|  |
| --- |
| Решение  Найдем мгновенную скорость в произвольный момент времени, продифференцировав координату х по времени:  .  Мгновенное ускорение в произвольный момент времени найдем, взяв производную от скорости по времени:  . |

Величину силы найдем по второму закону Ньютона:

.

Подставим значения *С, D* и произведем вычисления силы для моментов времени*t*1*=*2 с и *t*2=5 с:

,

.

Знак минус указывает на то, что направление вектора силы совпадает с отрицательным направлением координатной оси, то есть движение в данные моменты является замедленным.

Определим, в какие моменты времени сила равна нулю.

, откуда .

Подставляя значения *С* и *D,* получим .

**Пример№2.** Найти ускорение и вес тела, скатывающегося по наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом. Коэффициент трения скольжения равен μ.

|  |  |
| --- | --- |
| Дано:  α, μ | Решение:  ά  ά  *mg*  *F*тр  х  *N*  y |
| *A* - ? *Р* - ? |

Запишем II закон Ньютона в векторной форме

.

Спроецируем уравнения на оси *Оx* и *Оy*

.

Используя выражение для силы трения, преобразуем систему

.

Из второго уравнения находим силу реакции опоры и соответственно вес тела

.

Вес тела на наклонной поверхности меньше силы тяжести

Из первого уравнения находим ускорение

.

Очевидно, если , то *a =* 0, следовательно, тело покоится или движется равномерно и прямолинейно.

**Пример №3.** При падении тела с большой высоты его скорость *v*уст при установившемся движении достигает 80 м/с. Определить время τ, в течение которого, начиная от момента начала падения, скорость становится равной 1/2*v*уст. Силу сопротивления воздуха принять пропорциональной скорости тела.

|  |  |
| --- | --- |
| Дано:  *v*уст *=* 80 м / с  *v =*1/2*v*уст | Решение  На падающее тело действуют две силы: сила тяжести  и сила сопротивления воздуха .  Сила сопротивления воздуха по условиям задачи пропорциональна скорости тела и противоположна ей по направлению:  , |
| τ - ? |

где *k* - коэффициент пропорциональности, зависящий от размеров, формы тела и от свойств окружающей среды.

Напишем уравнение движения тела в соответствии со вторым законом Ньютона в векторной форме:

.

Подставив выражение для **,** получим

.

Спроецируем все векторные величины на вертикально направленную ось и напишем уравнениедля проекций:

.

После разделения переменных получим

.

Выполним интегрирование, учитывая, что при изменении времени от нуля до τ (искомое время) скорость возрастает от нуля до 1/2*v*уст

.

После интегрирования получаем

.

Подставим пределы интегрирования в левую часть равенства:

.

и найдем из полученного выражения искомое время:

.

Входящий сюда коэффициент пропорциональности *k* определим из следующих соображений. При установившемся движении (скорость постоянна) алгебраическая сумма проекций (на ось *y)* сил, действующих на тело, равна нулю, т. е. *mg—kv*уст=0, откуда *k=mg/v*уст. Подставим найденное значение *k* в полученную формулу для τ:



После сокращений и упрощений получим

.

Подставив в эту формулу значения *v*уст, *g*, ln2 и произведя вычисления, получим τ=5,66 с.

**Пример №4.** Автомобиль с грузом массой 5 т проходит по выпуклому мосту со скоростью 21,6 км / ч. С какой силой он давит на середину моста, если радиус кривизны моста 50 м?

|  |  |
| --- | --- |
| Дано:  *m =* 5 т = 5 103 кг  *v =* 21,6 км / ч = 6 м / с  *R =* 50 м | ***Решение:*** |
| *Р* – ? |

По 3-му закону Ньютона вес тела  равен силе реакции опоры 



Определим *N* из 2-го закона Ньютона в проекции на вертикальную ось

.

Учтем, что при равномерном движении по окружности ускорение является нормальным, направлено к центру окружности и определяется по формуле

.

Тогда

.

Подставляя численные данные, получим *P* = 53,6 103Н.

**Задачи для самостоятельного решения**

1. Подвешенное к динамометру тело массой *m* = 2 кг поднимается вертикально вверх. Что покажет динамометр при подъеме с ускорением *а* = 2 м/с2; при равномерном подъеме?

2. Наклонная плоскость, образующая угол α = 25 ° с плоскостью горизонта, имеет длину *l* = 2 м. Тело, двигаясь равноускорено, соскользнуло с этой плоскости за время *t* = 2 с. Определить коэффициенты трения μ тела о плоскость.

2. Автоцистерна с керосином движется с ускорением *а* = 0,7 м / с2. Под каким углом α к плоскости горизонта расположен уровень керосина в цистерне?

3. Автомобиль идет по закруглению шоссе, радиус *R* кривизны которого равен 200 м. Коэффициент трения μ колес о покрытие дороги равен 0,1 (гололед). При какой скорости *v* автомобиля начнется его занос?

4. Два бруска массами *m*1 = l кг и *m*2 = 4 кг, соединенные шнуром, лежат на столе. С каким ускорением *а* будут двигаться бруски, если к одному из них приложить силу *F* = 10 H, направленную горизонтально? Какова будет сила натяжения *Т* шнура, соединяющего бруски, если силу *F* = 10 Н приложить к первому бруску? ко второму бруску? Трением пренебречь.

5. Диск радиусом *R* = 40 см вращается вокруг вертикальной оси. На краю диска лежит кубик. Принимая коэффициент трения μ = 0,4, найти частоту *п* вращения, при которой кубик соскользнет с диска.

6. Катер массой *m* = 2 т с двигателем мощностью *N* = 50 кВт развивает максимальную скорость *v*mах = 25 м/с. Определить время *τ,* в течение которого катер после выключения двигателя потеряет половину своей скорости. Принять, что сила сопротивления движению катера изменяется пропорционально квадрату скорости.

7. С вертолета, неподвижно висящего на некоторой высоте над поверхностью Земли, сброшен груз массой *m* = 100 кг. Считая, что сила сопротивления воздуха изменяется пропорционально скорости, определить, через какой промежуток времени Δ*t* ускорение *а* груза будет равно половине ускорения свободного падения. Коэффициент сопротивления *k* = 10 кг/с.