**МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ**

**Практическое занятие №7**

**СПРАВОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ**

*Уравнение гармонических колебаний*

,

где *x* – смещение колеблющейся точки от положения равновесия; *t* – время;

*А,* ω, φ – соответственно амплитуда, угловая частота, начальная фаза;

 – фаза колебаний в момент времени *t*.

*Циклическая частота колебаний*

 или ,

где ν и *Т* – частота и период колебаний.

*Скорость и ускорение* колеблющейся точки

, .

*Период колебаний тела*, подвешенного на пружине (пружинный маятник)

,

где *m* – масса тела; *k* –жесткость пружины.

*Период колебаний математического маятника*

,

где *l* – длина маятника; *g* – ускорение свободного падения.

*Период колебаний физического маятника*

,

где *I* – момент инерции колеблющегося тела относительно оси колебаний; *а* – расстояние центра масс маятника от оси колебаний.

*Период крутильных колебаний* тела, подвешенного на упругой нити,

,

где *I* –момент инерции тела относительно оси, совпадающей с упругой нитью;

*k* –жесткость упругой нити, равная отношению упругого момента, возникающего при закручивании нити, к углу, на который нить закручивается.

*Полная энергия материальной точки*, совершающей гармонические колебания,

**.**

**Пример №1**. Материальная точка массой *т*=5 г совершает гармонические колебания с частотой *ν* =0,5 Гц. Амплитуда колебаний *A*=3 см. Определить: 1) максимальную скорость точки, 2) максимальную силу *F*max, действующую на точку; 3) полную энергию *W* колеблющейся точки.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Дано:  *A =* 3 см  *m=*5 г  = 0,5 Гц | СИ  0,03 м  5 10-3 м | Решение:  Составим уравнение гармонических колебаний  ,  где , то есть для данной задачи  .  Найдем выражение для скорости  . |
| *v*max - ? *F*max - ? *W - ?* |

Максимальная скорость точки будет равна *v*max=0,03π = 0,0952 м/с.

Для определения максимальной силы найдем вначале выражение для ускорения точки

.

Тогда *F*max = *ma*max = *m·*0,03π2 = 5 10-3·0,03·3,142=1,5 10-3(Н).

Полную энергию точки вычислим по формуле

****.

Численно

****.

**Пример №2.** Груз массой 1 кг, подвешенный к пружине с жесткостью 100 Н/м, совершает колебания с амплитудой 10 см. Напишите формулу *Fx*(*t*)*,* выражающую зависимость силы упругости от времени. Найдите наибольшее значение силы упругости и значение силы упругости через 1/6 периода.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Дано:  *A =* 10 см  *m=*5 кг  *k* = 100 Н/м  *t*1 = *T*/6 | СИ  0,01 м | Решение:  Для нахождения зависимости *Fx*(*t*) воспользуемся законом Гука:  *Fx = – kx.*  Учитывая, что  и    получим |
| *Fx*(*t*) - ? *F*max - ? *Fx*(*t*1) *- ?* |

. (1)

Тогда



или



Максимальное значение силы будет в том случае, если  будет максимальным, т. е. равным единице.

Следовательно, *F*max = 10 Н.

Найдём *Fx*(*t*1), при *t*1 = *T*/6. Для этого подставим *t*1 = *T*/6 в уравнение (1), учитывая, что .

В итоге получим:



**Пример №3.** Человек массой *m* *=* 80 кг качается на качелях. Амплитуда его колебания *A =* 1 м. За Δ*t* = 1 мин он совершает *N* = 15 колебаний. Найдите кинетическую энергию при фазе *Ф* = π/3 рад.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Дано:  *A =* 1 м  *m=*80 кг  *Ф* = π/3 рад  Δ*t* = 1 мин  *N* = 15 | СИ  60 с | Решение:  Для нахождения кинетической энергии  при фазе *Ф* = π/3 рад воспользуемся формулой  **.**  Учитывая, что при  скорость  определяется выражением  ,  где *Ф* =, получим |
| *W*к *- ?* |

**.**

Для нахождения циклической частоты воспользуемся формулами:

 и .

Тогда  и

следовательно, **.**

Подставим численные данные

****

**Пример №4.** Математический маятник длиной *l*1=40 см и физический маятник в виде тонкого прямого стержня длиной *l*2=60 см синхронно колеблются около одной и той же горизонтальной оси. Определить расстояние *а* центра масс стержня от оси колебаний.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Дано:  *l*1=40 см  *l*2=60 см | СИ  0,4 м  0,6 м | Решение:  Маятники колеблются синхронно, т.е.  *Т*1*=Т*2,  где *Т*1 – период колебаний математического маятника, |
| *a* - ? |

, (1)

*Т*2 – период колебаний физического маятника,

, (2)

где *I* – момент инерции физического маятника относительно оси колебаний; *m* – масса.

По теореме Штейнера , где  - момент инерции относительно оси, проходящей через центр тяжести, . Тогда

. (3)

Приравняв правые части (1) и (3) получаем



После преобразований получаем уравнение



Решаем относительно *a*:

.

Вычисления:

.

Получаем два решения:.

**Задачи для самостоятельного решения**

1 Подвеска автомобиля совершает свободные колебания в отсутствии демпфирования по закону: с амплитудой *A* = м, частотой ν = Гц. Найти ускорение движения подвески и действующую силу, если её масса составляет *m* = 5 кг.

2**.** Точка совершает гармонические колебания. Наибольшее смещение *xmах* точки равно 10 см, наибольшая скорость *vmax* = 20 см/с. Найти угловую частоту ω колебаний и максимальное ускорение точки.

3. Грузик массой *m* = 250 г, подвешенный к пружине, колеблется по вертикали с периодом *Т =* 1с*.* Определить жесткость *k* пружины.

4. Гиря массой *m* = 2,5 кг, подвешенная к пружине, колеблется по вертикали с амплитудой *A* =4 см. Определить полную энергию *W* колебаний гири, если жесткость *k*пружины равна 1 кН/м.

5. Математический маятник длиной *l =* 1м установлен в лифте. Лифт поднимается с ускорением *а* = 2,5 м/с2. Определить период *Т* колебаний маятника.

6. Однородный диск радиусом *R*=30 см колеблется около го­ризонтальной оси, проходящей через одну из образующих цилиндрической поверхности диска. Каков период *Т* его колебаний?

7**.** Диск радиусом *r =* 24см колеблется около горизонтальной оси, проходящей через середину одного из радиусов перпендикулярно плоскости диска. Определить приведенную длину *L* и период *Т* колебаний такого маятника

8. Физический маятник в виде тонкого прямого стержня длиной *l* = 120 см колеблется около горизонтальной оси, проходящей перпендикулярно стержню через точку, удаленную на некоторое расстояние *а* от центра масс стержня. При каком значении *а* период *Т* колебаний имеет наименьшее значение?